Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 3, N. 2, 2015.
Trabalho apresentado no III CMAC - SE, Vitória-ES, 2015.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Solução de problemas de Helmholtz pelo Método dos Elementos de Contorno com solução fundamental dependente da frequência.

Carlos Friedrich Loeffler[1]
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UFES, Vitoria, ES
Pedro Vinicius Moreira Pereira[2]
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UFES, Vitoria, ES
Luciano de Oliveira Castro Lara[3]
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UFES, Vitoria, ES

Resumo. Com a meta de validar uma técnica de solução para problemas de Helmholtz, o Método dos Elementos de Contorno com Integração Direta (MECID), que emprega funções de base radial para aproximar o termo de inércia, é utilizado para resolver numericamente problemas regidos pela equação de Helmholtz. Para comparar os resultados, utiliza-se a formulação tradicional do Método dos Elementos de Contorno que emprega a solução fundamental do problema correlato, que tem como um dos argumentos da solução fundamental a frequência de excitação. Os exemplos resolvidos com ambas as formulações do Método dos Elementos de Contorno serão comparados com soluções analíticas.

Palavras-chave. Método dos Elementos de Contorno, Equação de Helmholtz, Solução fundamental dependente da frequência.

1 Introdução

O Método dos Elementos de Contorno (MEC) tem excelente desempenho nas aplicações onde o campo de variáveis é escalar e estacionário, nos quais os operadores que caracterizam matematicamente a equação de governo são auto-adjuntos [1]. Muitas formulações do MEC são dependentes da solução fundamental [2] associada ao problema, que para alguns casos se verifica ser difícil de obter. Entretanto, para a equação de Helmholtz, esta é conhecida e dependente da frequência de excitação.

Dada à equação de Helmholtz:

[1] carlosloeffler@bol.com.br
[2] pedrovinicius012@gmail.com
[3] castrolara@hotmail.com

$$\nabla^2 u + k^2 u = 0,$$

segundo o procedimento padrão do MEC, obtem-se a forma integral inversa:

$$\int_\Omega u\, u^*_{,ii} d\Omega + k^2 \int_\Omega u\, u^* d\Omega = \int_\Omega u\left[u^*_{,ii} + k^2 u^*\right] d\Omega = c(\xi)u(\xi),$$

onde k é a frequência e para contorno suave $c(\xi) = \alpha/2\pi$ com α sendo o ângulo formado pelo contorno no ponto ξ, a solução fundamental u^* deve atender:

$$\left(u^*_{,ii} + k^2\right) = -\Delta(\xi; x).$$

Desta forma, a solução fundamental é:

$$u^*(\xi; x) = \frac{1}{2\pi\mu} K_0,$$

onde K_0 é a função de Bessel modificada da segunda espécie e ordem zero.

Discretizando a equação integral através de elementos de contorno lineares e resolvendo-a para diferentes valores de k, consegue-se estabelecer um espectro de resposta no qual os valores das frequências naturais podem ser identificados e comparados com os valores dados por expressões analíticas e também por diferentes métodos numéricos. Desta forma serão realizadas às comparações entre o procedimento denominado de Método dos Elementos de contorno com Integração Direta (MECID), que já foi implementada com êxito nos problemas de Poisson [3, 4], a solução analítica e o MEC com a solução fundamental correlata ao problema de Helmholtz.

Referências

[1] C. A. Brebbia, J. C. Telles and L. C. Wrobel, Boundary Element Techniques, Springer-Verlag, (1984).

[2] C. A. Brebbia and S. Walker, Boundary Element Techniques in Engineering. London: Newnes-Butterworths, Cap. II, (1980).

[3] A. L. Cruz, Modelagem Direta de Integrais de Domínio usando Funções de Base Radial no contexto do Método dos Elementos de Contorno, Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica UFES, (2012).

[4] L. Zamprogno, Utilização de funções Radiais de Base Compacta na Modelagem Direta de Integrais de Domínio com o Método dos Elementos de Contorno, Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica UFES, (2013).

