

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Solução Numérica do Modelo Giesekus para Escoamentos Através de uma Contração Planar Bidimensional 4:1

Matheus Tozo de Araujo¹

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, USP, São Carlos, SP

Murilo Francisco Tomé²

Departamento de Matemática Aplicada e Estatística, ICMC/USP, São Carlos, SP

Resumo. Este trabalho apresenta um método numérico, que utiliza diferenças finitas, para simular escoamentos viscoelásticos bidimensionais governados pela equação constitutiva Giesekus [2]. A velocidade e a pressão são calculadas por um método implícito, enquanto que a equação constitutiva Giesekus é resolvida por um método Runge-Kutta de segunda ordem. A convergência do método é verificada por meio de refinamento de malha. O código resultante é aplicado para simular o escoamento em uma contração planar 4:1. Resultados numéricos utilizando vários números de Reynolds e Weissenberg são apresentados.

Palavras-chave. Diferenças finitas, Modelo Giesekus, Contração planar, Diferenças finitas

1 Introdução

A simulação numérica de escoamentos de fluidos viscosos tem sido motivo de constantes pesquisas em vários centros no mundo. Esse trabalho propõe resolver a equação constitutiva Giesekus [2] empregando diferenças finitas para obter uma solução aproximada das equações governantes. As equações de conservação de quantidade de movimento são resolvidas pelo método de Euler implícito e a solução da equação constitutiva de Giesekus é obtida por um método de Runge-Kutta de segunda ordem. O modelo é aplicado ao problema da contração planar 4:1 para vários valores dos parâmetros do modelo Giesekus e, a convergência dos resultados, é feita por refinamento de malha. O escoamento em uma contração 4:1 é simulado para vários valores do número de Reynolds e Weissenberg.

2 Resultados e Discussão

As equações governantes de escoamentos incompressíveis e isotérmicos, nas suas formas adimensionais, são: a equação da continuidade e de conservação de quantidade de movimento que são representadas, respectivamente, por:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) - \nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} + \nabla \cdot \mathbf{T} + \frac{1}{Fr^2} \mathbf{g}. \quad (1)$$

onde \mathbf{T} é obtido pela transformação EVSS [1]: $\mathbf{T} = \boldsymbol{\tau} - \frac{2}{Re} \mathbf{D}$, e o tensor $\boldsymbol{\tau}$ deve obedecer a equação constitutiva Giesekus: $Wi \overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}} = -\boldsymbol{\tau} - \frac{\alpha Re Wi}{1 - \beta} (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\tau}) + \frac{2(1 - \beta)}{Re} \mathbf{D}$, (2)

¹mtaraujo@icmc.usp.br

²murilo@icmc.usp.br

onde $\overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}}$ e o tensor taxa de deformação \mathbf{D} são definidos, respectivamente, por

$$\overset{\nabla}{\boldsymbol{\tau}} = \frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\boldsymbol{\tau}) - (\nabla \mathbf{u})\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau}(\nabla \mathbf{u})^T \quad \text{e} \quad \mathbf{D} = \frac{1}{2}[(\nabla \mathbf{u}) + (\nabla \mathbf{u})^T]. \quad (3)$$

As equações (1) são resolvidas impondo uma velocidade $\mathbf{U} = \mathbf{U}_{inf}$ na entrada do fluido e as condições de Neumann para a saída do fluido. Nas paredes é adotada $\mathbf{u} = 0$.

2.1 Método Numérico

As soluções $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t_{n+1})$, $p(\mathbf{x}, t_{n+1})$ e $\boldsymbol{\tau}(\mathbf{x}, t_{n+1})$ são obtidas em dois passos: **1º** - Usando os valores de $\boldsymbol{\tau}(\mathbf{x}, t_n)$, a velocidade e a pressão são calculados no tempo t_{n+1} . **2º** - $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t_{n+1})$ é utilizada para calcular $\boldsymbol{\tau}(\mathbf{x}, t_{n+1})$ pelo método de Euler melhorado explícito.

Um exemplo dos resultados obtidos para a velocidade e a pressão ao longo do eixo de simetria é apresentado na Fig. 1, onde **M1**, **M2** e **M3** correspondem as diferentes malhas utilizadas para verificar a convergência das soluções obtidas. Nessa simulação foram utilizados $Re = 1.0$, $Wi = 1.0$, $\alpha = 0.1$ e $\beta = 0$. A Fig. 2 mostra um exemplo da variação do comprimento do vórtice (L_{vortex}) para $Re = 0.1$ e $Re = 1.0$ em função de We , para $\alpha = 0.1$.

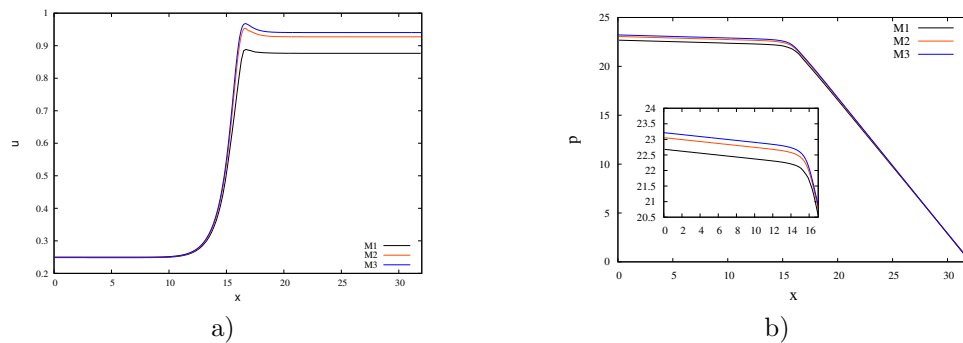


Figura 1: Solução numérica obtida nas malhas **M1**, **M2** e **M3** ao longo do eixo de simetria. a) Velocidade e b) pressão.

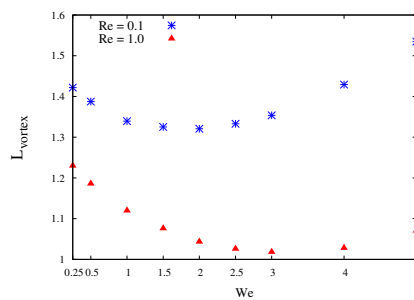


Figura 2: Variação do comprimento do vórtice para $Re = 0.1$ e 1.0 em função de We , para $\alpha = 0.1$.

Referências

- [1] D. Rajagopalan, R. C. Armstrong and R. A. Brown, Finite element methods for calculation of steady viscoelastic flow using constitutive equations with a Newtonian viscosity, *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, vol. 36, 159–192, (1990).
- [2] G. Schleiniger and R. J. Weinacht, Steady Poiseuille flows for a Giesekus fluid, *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, vol. 40, 79–102, (1991).