Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 3, N. 2, 2015.
Trabalho apresentado no III CMAC - SE, Vitória-ES, 2015.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Análise de Estabilidade de Sistemas Não Lineares via Função Comum de Lyapunov Fuzzy

Whendelly Lorena Leite Alves[1]
Michele Cristina Valentino[2]
Elenice Weber Stiegelmeier[3]
Departamento de Matemática, UTFPR, Cornélio Procópio, PR

Resumo. No presente trabalho tem-se como objetivo utilizar a modelagem Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy para obter resultados suficientes de estabilidade de sistemas não lineares em termos de desigualdades matriciais lineares (LMIs).

Palavras-chave. Sistemas Não Lineares, Estabilidade, Modelagem T-S Fuzzy

1 Introdução

Encontrar a solução de alguns sistemas não lineares pode algumas vezes não ser possível devido as suas complexidades. Porém, existem vários métodos para analisar o comportamento assintótico da solução sem conhecê-las, como por exemplo o método direto de Lyapunov. Esse método baseia-se na existência de uma função de Lyapunov, a qual deve ser definida positiva, radialmente ilimitada e sua derivada ao longo da solução do sistema deve ser definida negativa, para garantir a estabilidade assintótica da origem do sistema não linear. Encontrar tal função satisfazendo todas essas propriedades pode não ser uma tarefa fácil. Por isso, neste trabalho será abordada a modelagem T-S fuzzy, afim de garantir a estabilidade do sistemas não linear apenas por verificar se um conjunto de LMIs são factíveis. Essa factibilidade pode ser resolvida com os pacotes LMI control toolbox ou SeDuMi do MATLAB.

2 Análise de Estabilidade de Sistemas Não Lineares

Afim de obter condições suficientes de estabilidade em termos de LMIs, considera-se a seguinte modelagem T-S fuzzy do sistema não linear [3], a qual representa exatamente o sistema não linear no conjunto $Z \subseteq \mathbb{R}^n$

$$\dot{x}(t) = \sum_{k=1}^{r} h_k(z(t)) A_k x(t) \tag{1}$$

[1] whendelly_lorena@hotmail.com
[2] valentino@utfpr.edu.br
[3] elenicew@utfpr.edu.br

sendo $z(t) \in \mathbb{R}^p$ um sinal disponível denominado vetor premissa, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ o vetor de estados, $A_k \in \mathbb{R}^{nxn}$ representam as matrizes dos modelos locais e $h_k(z(t))$ são as funções de pertinência de cada um dos modelos locais. As funções de pertinência satisfazem as seguintes propriedades: $\forall k \in R, \;\; h_k \geq 0 \;\; e \;\; \sum_{k=1}^{r} h_k = 1$, sendo R um conjunto dos números naturais dados por $\{1, 2, ..., r\}$.

O primeiro resultado estudado, foi obtido através de uma função comum de Lyapunov fuzzy $V : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, dada por $V(x) = x^T Px$, com $P > 0$. A derivada dessa função ao longo da solução do sistema (1) é dada por

$$\nabla V(x).f(x) = \dot{x}^T Px + x^T P\dot{x} = \left(\sum_{k=1}^{r} h_k A_k x(t)\right)^T Px + x^T P \left(\sum_{k=1}^{r} h_k(z(t)) A_k x(t)\right).$$

$$= \sum_{k=1}^{r} h_k x^T \left(A_k^T P + PA_k\right) x. \quad (2)$$

Portanto, (2) será definida negativa se $\left(A_k^T P + PA_k\right) < 0$ para todo $k \in R$. As deduções acima geram um esboço da demonstração do teorema a seguir [2].

Teorema 2.1. *Considere o sistema não linear $\dot{x}(t) = f(x)$, o qual é representado exatamente por (1) em Z. Se existir uma matriz simétrica $P \in \mathbb{R}^{n\times n}$, satisfazendo as seguintes LMIs: $P > 0 \quad e \quad A_k^T P + PA_k < 0, \quad \forall k \in R$, então para todo $x_0 \in \Omega_\ell$ a origem será assintoticamente estável, sendo Ω_ℓ um conjunto de nível da função V contido em Z.*

3 Conclusões

Nesse trabalho foi apresentado um método de estabilidade de sistema não linear obtido através da análise de uma função comum de Lyapunov fuzzy. O próximo passo, será obter condições de estabilidade menos conservadoras e para isso será considerada múltiplas funções de Lyapunov e funções do tipo Lyapunov [1, 2].

Referências

[1] F. A. Faria, G. N. Silva e V. A. de Oliveira, Análise de estabilidade de sistemas fuzzy usando funções de Lyapunov fuzzy, Proceedings of the $9th$ Brazilian Conference on Dynamics, Control and Their Applications, vol. 1, 266-271, (2010).

[2] K. Tanaka e H. O. Wang, Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach, New York: John Wiley and Sons, (2001).

[3] T. Taniguchi, K. Tanaka, H. Ohatake e H. O. Wang, Model construction, rule reduction, and robust compensation for generalized form of Takagi-Sugeno fuzzy systems, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 9, 525–537, (2001).

DOI: 10.5540/03.2015.003.02.0002