Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 3, N. 1, 2015.
Trabalho apresentado no XXXV CNMAC, Natal-RN, 2014.

O Problema de Branqueamento de Corais

Solange da F. Rutz **Danillo B. Souza***
Depto de Matemática, UFPE
50740-560, Recife, PE
E-mail: solange.rutz@dmat.ufpe.com, danillo.dbs16@gmail.com.

RESUMO

O branqueamento do coral é a morte dos seres responsáveis pela construção estrutural dos recifes de coral (políporos), devido a problemas ambientais, como por exemplo, o aumento da temperatura média dos oceanos. A morte dos pólipos ocorre pela destruição das algas unicelulares que os compõem. Quando isto acontece, os pólipos ficam enfraquecidos e morrem, restando apenas o esqueleto calcário que logo se torna branco quando a matéria orgânica se decompõe. Por isso este processo é chamado de "branqueamento", [1]. A estrutura do esqueleto dos corais é composta basicamente de carbonato de cálcio (CaCO3). É notório que a devastação da barreira de corais no litoral pernambucano está se agravando a cada dia e se tornou objeto de estudo de especialistas. A partir de modelos já analisados na modelagem sobre a barreira de corais australiana [2], esta pesquisa tem como base fazer uso das ferramentas adotadas para modelar o problema na região.

Como ferramenta de trabalho, serão utilizados sistemas de Volterra-Hamilton, que combinam equações de dinâmica populacional, que descrevem tanto interações ecológicas clássicas (competição, por exemplo)[1], bem como interações *metabólicas*[2] ou *sociais*[3] [3], com equações de produção, para modelar ecossistemas. São sistemas do tipo

$$\begin{cases} \frac{dx^i}{dt} & = & k_{(i)}N^i, \\ \frac{dN^i}{dt} & = & \lambda^i_j N^j + \Gamma^i_{jk} N^j N^k + \mathrm{e}^{\mathrm{i}}, \end{cases} \tag{1}$$

$i, j, k = 1, \dots n$, onde n é o número de espécies envolvidas, e $N^i(t)$ são suas densidades populacionais. Os índices em i,j e k representam somatórios quando repetidos, a menos que estejam entre parênteses. Os coeficientes Γ^i_{jk} são $n \times n \times n \equiv n^3$ funções positivamente homogeneas de grau zero[4] em N^i e condições iniciais suaves[5] (x^i_0, N^i_0, t_0) são assumidas. As funções x^i são as variáveis de produção de Volterra com taxa per capita de produção $k_{(i)}$. A equação populacional modela como as populações N^i *crescem* (λ^i_k) e *interagem* (Γ^i_{jk}) e *reagem* ao ambiente (e^{i}).

Estes modelos biológicos vêm sendo tratados computacionalmente através do pacote de computação algebrica FINSLER [4] escrito em MAPLE [5], com o qual é possivel derivar expressões a partir de um modelo proposto, algumas das quais são interpretadas em termos de estabilidade do sistema. Aqui, será feito o uso do modelo já proposto para a dinâmica de uma barreira de corais [6] para analizar o efeito da diminuição da taxa per capita de produção de carbonato de cálcio (CaCO3) pelos corais na estabilidade do sistema (1), conceito este proposto por Lyapunov[6] [7].

*bolsista de Iniciação Científica PROAES

[1]quando Γ^i_{jk} são constantes

[2]quando Γ^i_{jk} são funções de x^i

[3]quando Γ^i_{jk} dependem da razão N^i/N^j

[4]$\Gamma^i_{jk}(x^i,\ rN^i, t) = r^0\ \Gamma^i_{jk}(x^i, N^i, t),\ r \in \mathbb{R},\ r > 0.$

[5]$N^i(t),\ x^i(t)$ são C^∞, e em particular em $t = t_0$.

[6]As curvas-solução do sistema mantém-se a uma distância limitada ao longo do tempo

Como resultado, obtemos, como esperado, que a estabilidade do sistema proposto como modelo de produção de carbonato de cálcio pela barreira de corais *diminui* com o decréscimo da taxa per capita de produção $k_{(i)}$. Esta crescente instabilidade do ecossistema representa o que é conhecido como *branqueamento* dos corais.

Palavras-chave: *Coral, Volterra-Hamilton, Equilíbrio, Lyapunov*

Referências

[1] http://pt.wikipedia.org/wiki/Branqueamento_do_coral

[2] Volterra-Hamilton Models in the Ecology and Evolution of Colonial Organisms, Antonelli,P.L.; Bradbury, R.H.,Department of Mathematical Sciences, University of Alberta, Canada; National Resource and information Center, Australia.

[3] Hutchinson, G.E., A note on the theory of competition between social species, Ecology 28 (1947), 319-321.

[4] Rutz, S.F.; Portugal, R., FINSLER: a computer algebra package for Finsler geometries, Nonlinear Analysis B, in press (2001).

[5] http://www.maplesoft.com

[6] Starfish Predation of a Growning Coral Reef,Antomelli,P.L.; Kazarinoff, N.D.; Mathematical Essays of Growth an The Emergence of Form, University of Alberta Press and J. theor. Biol. 107, (1984), 667-684

[7] Hazewinkel, M., The concepts of Lyapunov, Encyclopaedia of Mathematics, Volume 6.

