

Solução das Equações de Cinética Pontual de nêutrons via série de Potências

Fernanda Tumelero*

Claudio Z. Petersen

Glênio A. Gonçalves

Universidade Federal de Pelotas / IFM / DME

Campus Universitário, s/n°. Capão do Leão, RS

Emails: fernanda.tumelero@yahoo.com.br; claudio.petersen@ufpel.edu.br; glenio_a@yahoo.com.

RESUMO

As equações de cinética pontual de nêutrons na dinâmica de um reator nuclear consistem em um sistema acoplado de equações diferenciais ordinárias. Uma importante característica das equações de cinética é ser um sistema do tipo rígido. Essas equações envolvem exclusivamente a variação da amplitude do fluxo com o tempo, ou seja, assumem total separabilidade no tempo e no espaço, na qual a forma espacial do fluxo é conhecida o que torna essas equações exclusivamente dependentes do tempo. O objetivo deste trabalho consiste na solução das equações de cinética pontual de nêutrons considerando o modelo com 6 grupos de precursores de nêutrons atrasados para reatividades do tipo: rampa, zig-zag e senoidal. Resolve-se este problema fazendo uma aproximação linear local via série de potências em conjunto com a continuação analítica. Um controle de erro local é realizado via Estimador de Lagrange e os resultados obtidos são comparados com aqueles encontrados na literatura.

As equações de cinética pontual de nêutrons são dadas por:

$$\begin{aligned}\frac{dn(t)}{dt} &= \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} n(t) + \sum_i \lambda_i c_i(t) \\ \frac{dc_i(t)}{dt} &= \frac{\beta_i}{\Lambda} n(t) - \lambda_i c_i(t)\end{aligned}\tag{1}$$

onde $i = 1, 2, \dots, M$ (com M sendo o nº de precursores). Com as seguintes condições iniciais:

$$\begin{aligned}n(0) &= 1 \\ C_i(0) &= \frac{\beta_i}{\lambda_i \Lambda}, \quad i = 1, 2, \dots, 6\end{aligned}\tag{2}$$

onde $n(t)$ é a densidade de nêutrons, $\rho(t)$ é a reatividade, β é a fração total de nêutrons atrasados, Λ é o tempo médio de geração de nêutrons, λ_i é a constante de decaimento no grupo i de precursores, β_i é a fração de nêutrons atrasados no grupo i de precursores e $C_i(t)$ é a concentração de nêutrons atrasados no grupo i de precursores.

A ideia é encontrar uma solução para o sistema (1) em forma de séries de potências em torno de um ponto ordinário t_0 , procurando uma solução da forma:

$$\begin{aligned}n(t) &= a_0 + a_1(t - t_0) + \dots + a_n(t - t_0)^n = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(t - t_0)^n \\ C_i(t) &= b_{i,0} + b_{i,1}(t - t_0) + \dots + b_{i,n}(t - t_0)^n = \sum_{n=0}^{\infty} b_{i,n}(t - t_0)^n\end{aligned}\tag{3}$$

Substituindo (3) e sua derivada em (1) chega-se na relação de recorrência, que na forma explícita é expressa por:

$$a_{n+1} = \frac{\rho(t) - \beta}{\Lambda} a_n + \lambda b_{i,n}; \quad b_{i,n+1} = \frac{\beta}{\Lambda} a_n - \lambda b_{i,n} \quad (4)$$

Através das condições iniciais pode-se determinar a_0 e b_0 iniciando a geração dos a_n e b_n . Primeiramente procura-se soluções em séries em torno de um ponto t_0 num intervalo $I_0=[0, 2\Delta t]$, onde $\Delta t=t_0$ é o passo de tempo escolhido. Admitindo $\rho(t)=\rho$ e que a densidade de nêutrons e a concentração de precursores são uma aproximação linear local em torno de t_0 para I_0 , temos que a série (3) torna-se:

$$\begin{aligned} n(t) &\cong a_0 + a_1(t - t_0) \\ C_i(t) &\cong b_{i,0} + b_{i,1}(t - t_0) \end{aligned} \quad (5)$$

Agora, utilizando a mesma ideia para todos os intervalos $I_n=[(2n)\Delta t, (2n+2)\Delta t]$ para $n=0,1,2,\dots$, somos capazes de encontrar a solução para todos os intervalos I_{n+1} em torno de t_0 pertencente a esse intervalo tomando como condição inicial a solução no intervalo anterior I_n em $t=(n+2)\Delta t$ para $n=0,1,2,\dots$, ou seja, fazendo uso da continuação analítica.

Para efeito de ilustração mostra-se os resultados obtidos para o caso de reatividade tipo rampa (0.1\$/s) comparados com [3], para isso, assume-se os seguintes parâmetros: $A=0.00003$, $\beta=0.006473$, $\beta_i=(0.000214, 0.001423, 0.001247, 0.002568, 0.000748, 0.000273)$ e $\lambda_i=(0.0124, 0.0305, 0.111, 0.301, 1.14, 3.01)$.

t (s)	Série de Potências $\Delta t=0.0001$	PCA ^[3]	EPCA ^[3]
2	1.33820005	1.338200434	1.33820005
4	2.228441895	2.228442526	2.228441897
6	5.582052438	5.582053977	5.58205245
8	42.78629544	42.78630638	42.78629574
10	451164.0975	451163.6225	451163.624
11	17.92327126*10 ¹⁵	17.92212523*10 ¹⁵	17.2213608*10 ¹⁵

Tabela 1: Resultados obtidos para reatividade tipo rampa (0.1\$/s).

O método de séries de potências se comporta de maneira semelhante a polinômios e são fáceis de manipular analiticamente e numericamente. Em todos os casos para diferentes reatividades, o método apresentou uma excelente precisão comparado aos resultados presentes na literatura, considerando que realizou-se uma aproximação linear.

Palavras-chave: *Cinética Pontual de nêutrons, Reatores Nucleares, Séries de Potência.*

Referências

- [1] Petersen, C. Z.; Dulla, S.; Vilhena, M. T.; Ravetto, R. An analytical solution of the point kinetics equations with time-variable reactivity by the decomposition method, Progress in Nuclear Energy (New series), p. 1-4, 2011 a.
- [2] Duderstadt, J. J.; Hamilton, L. J. Nuclear Reactor Analysis, John Wiley & Sons, New York, 1976.
- [3] P. Picca; R. Furfaro; B.D. Ganapol, A highly accurate technique for the solution of the non-linear point kinetics equations. Nuclear Energy, vol. 58, pp.43-53, (2012) .