Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 3, N. 1, 2015.
Trabalho apresentado no XXXV CNMAC, Natal-RN, 2014.

Classificação de sistemas dinâmicos pelas superfícies de erros de predição cruzada

André Fonseca
Centro de Matemática, Computação e Cognição da Universidade Federal do ABC
Rua Arcturus 3 - Bloco Delta - Sala 280
09606-070 - São Bernardo do Campo - SP - Brazil
E-mail: andre.fonseca@ufabc.edu.br.

Birajara Soares Machado
Instituto do Cérebro, Hospital Israelita Albert Einstein
Av. Albert Einstein, 627/701
05652-900 - São Paulo - SP - Brazil
E-mail: birasm@gmail.com.

Resumo

Neste trabalho desenvolvemos um estimador de complexidade para a análise de sinais empíricos não estacionários, baseado no estudo dos erros de predição cruzada. Esses erros são relacionados à mudanças na estrutura de recorrência e na distribuição de probabilidade dos estados. O estimador avalia a componente determinística ou estocástica do mecanismo gerador e seus resultados foram promissores quando comparados com as medidas Lempel-Ziv e expoente de Lyapunov, calculados em sistemas dinâmicos clássicos.
Palavras-chave: *sistemas dinâmicos, erro de predição cruzada, determinismo, estacionaridade.*

1 Introdução

Lorenz, em seus estudos atmosféricos [1], analisou o erro de predição para estados recorrentes ou "análogos". Ele afirmou que a obtenção de previsões "irreais" de um modelo está relacionada com a perda de periodicidade ou de sua estrutura de recorrência. Quando essa estrutura se colapsa, temos o fenômeno aleatório. Diversos autores têm analisado a perda de recorrência e da capacidade de predição nos sinais, como Schreiber, que explorou a característica não estacionária do sistemas dinâmicos [2]. A predição "falha" quando os momentos estatísticos não são constantes no tempo. Desta forma, a perda de recorrência ou a mudança nas distribuições de probabilidade dos estados afetam consideravelmente a acurácia da predição dos modelos escolhidos para análise de sinais empíricos. Para o cenário não estacionário, a classificação de seu mecanismo gerador ainda apresenta incertezas.

2 Metodologia

O erro de predição cruzada estima a acurácia da predição de estados de um subconjunto utilizando estados de outro subconjunto, onde esses subconjuntos foram construídos a partir do mesmo sinal. Dividimos uma série temporal com N pontos em $w = N/l$ janelas sucessivas de tamanho l definidas como $W_i = \{x_{(i-1)l+1}, ..., x_{il}\}$. Para cada par W_i, W_j onde $i, j = 1, \ldots, n/l$ obtemos, respectivamente, os vetores $\overrightarrow{x_k} = (x_{k-m+1}, ..., x_k)$ e $\overrightarrow{y_k} = (y_{k-m+1}, ..., y_k)$ onde m é a dimensão de imersão e τ é a defasagem temporal. Para prever y_{k+1} nós usamos o estimador:

$$\hat{y}^{x}_{k+1} = \frac{1}{\# S^{\vec{x}}_{\varepsilon}} \sum_{\vec{x_p} \in S^{\vec{x}}_{\varepsilon}} x_{p+1} \ ; \ S^{\vec{x}}_{\varepsilon} = \{\vec{x_p} : \|\vec{x_p} - \vec{y_k}\| < \varepsilon\},$$

A matriz ou superfície de erros de predição cruzada é definida como:

$$\gamma(i,j) = \gamma(W_i, W_j) = \sqrt{\frac{1}{l-m} \sum_{k=m}^{l-1} (\hat{y}^{x}_{k+1} - y_{k+1})^2}.$$

Dado um sinal x, realizamos uma permutação aleatória obtendo o sinal y. Calculamos as matrizes $\gamma_x(i,j)$ e $\gamma_y(i,j)$. O estimador de complexidade proposto é definido como $\overline{\delta} = \langle |\gamma_x(i,j) - \gamma_y(i,j)| \rangle \ ; \ i,j = 1, \ldots, w$.

3 Resultados

Na figura 1 observamos o resultado da medida de complexidade aplicada a sinais do mapa logístico com diferentes regimes.

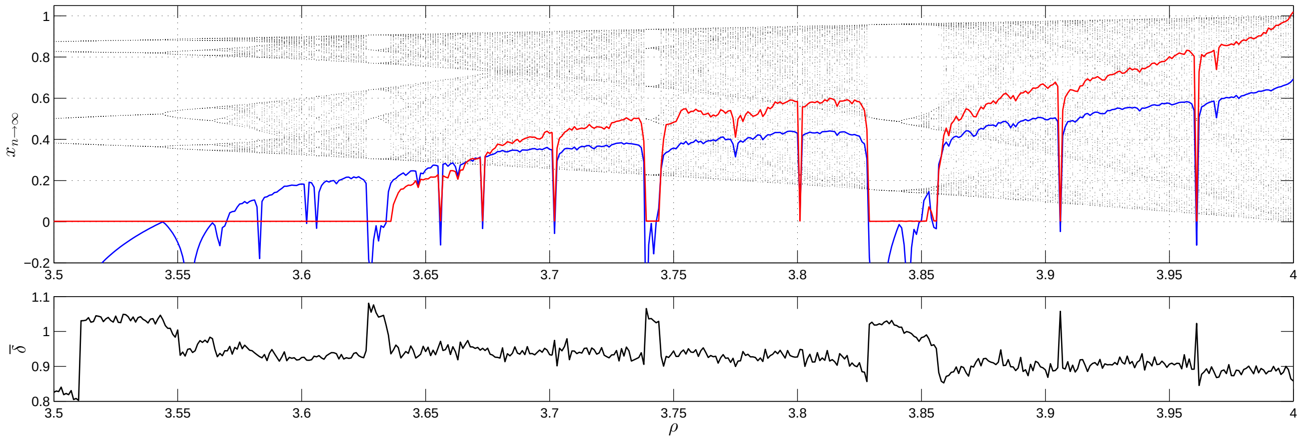

Figura 1: Complexidade Lempel-Ziv (vermelho), expoente de Lyapunov (azul) e $\overline{\delta}$ para o diagrama de bifurcação do mapa logístico.

4 Conclusão

O estimador de complexidade proposto apresenta resultados promissores e robustos frente à perturbação dos parâmetros de controle, auxiliando na caracterização do mecanismo gerador de sinais empíricos.

Referências

[1] Lorenz, E. N. Atmospheric predictability as revealed by naturally occurring analogues. J. Atmos. Sci., **26**, 636–646 (1969).

[2] Schreiber, T. Detecting and Analyzing Nonstationarity in a Time Series Using Nonlinear Cross Predictions. Phys. Rev. Lett, **78**, 843–846 (1997).

