

Sobre a Geometria das Estruturas de Membrana

Hugo S. Tavares*

Unidade Acadêmica de Engenharia Civil, CTRN, UFCG
58700-755, Campina Grande, PB
E-mail: hugo.saraivacz@hotmail.com

Henrique F. da Silva

Universidade Federal de Campina Grande - Departamento de Matemática e Estatística
58700-755, Campus Campina Grande, Campina Grande, PB
E-mail: hugo.saraivacz@hotmail.com

RESUMO

Estruturas de membrana são exemplos de estruturas retesadas (não frouxas), caracterizando-se por serem leves e por não resistirem á esforços de flexão e compressão, conseqüentemente seus carregamentos externos e seu estado de solicitações devem ser tais que a estrutura atinja o equilíbrio sem o aparecimento de esforços de flexão.

Como resultado desse comportamento segue-se que a forma dessas estruturas também é parte integrante do processo de dimensionamento. Formas comumente usadas são as chamadas superfícies mínimas, que são caracterizadas como superfícies de curvatura média identicamente nula, tais formas proporcionam economia de material, estado homogêneo e isotrópico de tensões e leveza na estrutura. Para demonstrar tais características fez-se necessário o estudo de uma série de conceitos decorrentes da Geometria Diferencial.

Inicialmente trabalhou-se com equações para o cálculo da divergência de campos de vetores definidos em superfícies com o intuito de definir a primeira variação da área em um domínio limitado de uma superfície, isso possibilitou definir as chamadas superfícies mínimas como superfícies que anulam a variação da área em qualquer região limitada.

Pelo fato de existirem superfícies mínimas que possuem regiões limitadas que não minimizam a função área verificou-se a necessidade do estudo da segunda variação da área. Nesse contexto é de fundamental importância o teorema de Barbosa-do Carmo sobre a estabilidade de superfícies mínimas, cuja demonstração para o caso de superfícies de curvatura Gaussiana não nula foi mostrada neste artigo.

O estudo das relações entre as tensões a que uma estrutura de membrana está sendo submetida e a forma assumida pela mesma é simplificada quando se considera a ideia de parametrizações isotérmicas de superfícies regulares. Com esse recurso é possível mostrar que uma estrutura de membrana sujeita apenas a trações uniformes ao longo bordo assume a forma de superfície mínima se e somente se o campo de tensões superficiais é homogêneo e isotrópico. Tal resultado também pôde ser obtido usando-se a mecânica dos sólidos, especificamente com a utilização do teorema dos Trabalhos Virtuais.

O teorema de Barbosa-do Carmo supracitado assegura que uma superfície mínima que é gráfico de função diferenciável é necessariamente estável, ou seja, toda região limitada dessa superfície minimiza a função área. Observou-se em seguida que estruturas de membrana podem ser vistas como gráficos, implicando que se tais estruturas assumem a forma de superfícies mínimas então segue-se que as mesmas tem área mínima, e isso implica em uma estrutura mais leve e que utiliza menos material para confecção.

Palavras-chave: *Estruturas de Membrana, Superfícies Mínimas, Área Mínima.*

* Bolsista de Iniciação Científica PIBIC/CNPq

Referências

- [1] ARAÚJO, Paulo Ventura. **Geometria Diferencial**. 1.ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2004.
- [2] CANEVARI, Samuel da Cruz. A transformação de Darboux-Bianchi para superfícies isotérmicas em \mathbb{R}^3 . Dissertação (mestrado). São Carlos: UFSCar, 2004.
- [3] do CARMO, Manfredo Perdigão. **Geometria Diferencial de Curvas e Superfícies**. 3.ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2010.
- [4] do CARMO, Manfredo Perdigão. **Superfícies Mínimas**, 16º Colóquio Brasileiro de Matemática. Rio de Janeiro: IMPA, 1987.
- [5] LIMA, Elon Lages. **Análise real volume 2**. Funções de n variáveis. 10ª ed. Rio de Janeiro : IMPA, 2008.
- [6] LINS NETO, Alcides. **Funções de uma variável complexa**. Rio de Janeiro, Instituto de Matemática Pura e Aplicada, CNPq, 1993. 465p.
- [7] O'NEILL, Barrett. **Elementary Differential Geometry**. 2.ed. San Diego : A Harcourt Science and Technology Company, 1997.
- [8] SOUZA, Diogo Carlos Bernardes de. **Sobre a busca de superfícies minimais e seu emprego nas estruturas de membrana** / D.C.B. de Souza. – São Paulo, 2008. 116p.
- [9] OSSERMAN, Robert. **A Survey of Minimal Surfaces**. 2nd edition. Dover, 1986.