

Resposta de Polarização Induzida em Poço usando o Modelo Fractal para Resistividade Complexa

Valcir J. da C. Farias; Alessandra L. de Oliveira

Programa de Pós-graduação em Matemática e Estatística-ICEN-UFPA

Rua Augusto Corrêa, 01, Belém, Pará

E-mail: valcir@ufpa.br; alima485@gmail.com

Brígida R. Pereira da Rocha

Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica-ITEC-UFPA

Rua Augusto Corrêa, 01, Belém, Pará

E-mail: Brigida@ufpa.br

Resumo: A resposta de polarização induzida sobre um meio com camadas cilíndricas foi obtida. O modelo fractal para resistividade complexa foi empregado como propriedade intrínseca das camadas polarizáveis. A influência do parâmetro fractal do modelo na resposta foi investigado. Os resultados mostraram que o parâmetro fractal domina a resposta de fase da resistividade aparente; medidas de dados de polarização induzida permitem a determinação das propriedades fractais do meio sem que os efeitos de acoplamento eletromagnético sejam perceptíveis para frequências inferiores a 10^4 Hz.

I. INTRODUÇÃO

O fenômeno de polarização induzida (IP) tem origem eletroquímica e geralmente é associado a ambientes geológicos e biológicos [5],[6] e [7]. Como consequência desse fenômeno, os valores de resistividade elétrica são complexos e dependentes da frequência.

O método de polarização induzida (IP) em geofísica utiliza a dependência de frequência dos parâmetros constitutivos das rochas (condutividade e permissividade) para realizar atividades de prospecção. Originalmente, o método era aplicado para a prospecção de minérios disseminados. Essa técnica gradualmente evoluiu, sendo atualmente empregado em discriminação mineral [3] e estudos ambientais [1] e [2].

A interpretação quantitativa de dados de polarização induzida de campo é uma tarefa difícil devido a natureza fractal de meios geológicos e ao acoplamento indutivo causado pela interação eletromagnética entre o meio e o arranjo de eletrodos utilizados para a injeção de corrente e medida de potencial. Para a realização de tal interpretação é necessário um modelo físico para explicar o comportamento de um ambiente polarizável em uma ampla faixa de frequência.

Rocha [4] desenvolveu um modelo que considera os efeitos fractais das superfícies porosas e inclui a resposta em volume das rochas. A introdução do fator de rugosidade permite a investigação da textura da rocha a qual é muito importante na tentativa de descrever o comportamento elétricas das rochas.

Rocha & Habsby [7] empregaram o modelo fractal para resistividade complexa de [4] como propriedade elétrica intrínseca de um meio com camadas horizontais e analisaram a resposta de polarização induzida. Foi verificado que o parâmetro fractal do modelo domina a resposta em fase da resistividade aparente; o efeito do acoplamento eletromagnético não é perceptível para frequências inferiores a 10^4 Hz.

Neste trabalho, o modelo fractal para resistividade complexa de [4] é empregado como propriedade elétrica intrínseca de um meio com camadas cilíndricas (poço, zona invadida e formação) para que a influência do parâmetro fractal do modelo na resposta de polarização induzida seja analisada para esta geometria geológica. Este parâmetro do modelo representa a geometria fractal do meio a qual pode ser relacionada com a textura das rochas.

II. O MODELO FRACTAL

Representando a dependência temporal do campo elétrico como $e^{i\omega t}$, a expressão proposta por [3] para resistividade complexa $\rho(\omega)$ é:

$$\rho(\omega) = \rho_o \left[1 - m \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{1+u}{\delta_r(1+v)}} \right) \right] \gamma_h \quad (1)$$

onde ρ_o é a resistividade DC do material m é a cargueabilidade definida por [8]; δ_r é o parâmetro que relaciona a resistividade dos grãos condutivos que bloqueiam os poros do meio geológico ao valor da resistividade DC da matriz rochosa; $\gamma_h = 1/(1+i\omega\tau_o)$; $u = i\omega\tau(1+v)$; $v = (i\omega\tau_f)^{-\eta}$; τ é a constante de tempo de relaxação relacionada às oscilações da dupla camada; τ_o é a constante de tempo de relaxação associada ao material como um todo; τ_f é o tempo de relaxação fractal e está relacionado ao tempo envolvido na transferência de carga e energia nas interfaces rugosas e; η é o parâmetro diretamente relacionado a geometria fractal do meio e é determinado pelo tipo e distribuição do mineral que provoca a polarização em baixa frequência.

Alguns valores típicos dos parâmetros do modelo fractal para resistividade complexa, citados por [4], são: $\rho_o = 10^2 \Omega.m$; $m=0,5$; $\delta_r = 1$; $\eta = 0,5$; $\tau = 10^{-6}$ s; $\tau_f = 10^{-3}$ s e; $\tau_o = 10^{-12}$ s.

III. RESPOSTA DE POLARIZAÇÃO INDUZIDA SOBRE UM MEIO ESTRATIFICADO CILÍNDRICO

Normalmente, são usadas configurações de quatro eletrodos para medir a resistividade complexa de um meio geológico. Uma corrente elétrica é introduzida no meio através de um par de eletrodos (A e B) e a voltagem é medida no outro par de eletrodo (M e N). A Fig. 1 ilustra uma configuração de quatro eletrodos usada neste trabalho para a determinação da resistividade aparente sobre um meio com camadas cilíndricas.

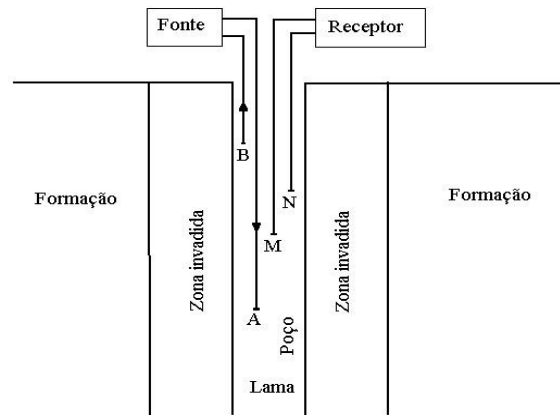


Fig. 1. Ilustração de um arranjo de quatro eletrodos em meio estratificado cilíndrico.

Para calcular o potencial medido pelo par de eletrodo receptor, deve-se resolver o problema eletromagnético para uma configuração de quatro eletrodos. Partindo das equações de Maxwell e assumindo uma dependência temporal do tipo $e^{-i\omega t}$

$$\nabla \times \bar{E} = i\omega\mu\bar{H} \quad (2)$$

$$\nabla \times \bar{H} = -i\omega\epsilon\bar{E} + \sigma\bar{E} + \bar{J}_s \quad (3)$$

onde \bar{J}_s é a densidade de corrente devido a fonte; ϵ é a constante dielétrica efetiva e; μ é permeabilidade do meio e é aproximada pela permeabilidade do vácuo. Combinando a condutividade (σ) e o fator de deslocamento ($i\omega\epsilon$), a densidade de corrente pode ser escrita como

$$\bar{J} = \sigma^* \bar{E} \quad (4)$$

e (3) pode ser escrita como

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J} + \bar{J}_S \quad (5)$$

Aplicando o operador divergência em (2) e (5), obtém-se

$$\nabla \cdot \bar{H} = 0 \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \bar{J} = -\nabla \cdot \bar{J}_S \quad (7)$$

onde o lado esquerdo de (7) é devido ao acúmulo de cargas causada pela corrente injetada. Observando (6), pode-se colocar as equações de Maxwell em termos de um vetor potencial \bar{A} e o potencial escalar ϕ

$$\bar{H} = \nabla \times \bar{A} \quad (8)$$

$$\bar{E} = i\omega\mu_o \bar{A} - \nabla\phi \quad (9)$$

observando (4), (5), (8) e (9), e considerando a condição

$$\nabla \cdot \bar{A} = -\sigma^* \phi \quad (10)$$

onde $\sigma^* = \sigma - i\omega\epsilon$ é a condutividade complexa. Obtém-se as equações da onda abaixo

$$\nabla^2 \bar{A} + k^2 \bar{A} = -\bar{J}_S \quad (11)$$

$$\nabla^2 \phi + k^2 \phi = \frac{1}{\sigma^*} \nabla \cdot \bar{J}_S \quad (12)$$

com $k^2 = i\omega\mu\sigma^*$. Especificando a densidade de corrente, em coordenadas cilíndricas, com

$$\bar{J}_S = -\frac{I\delta(r)[u(z-z_1)-u(z-z_2)]}{r} e_z \quad (13)$$

onde u é a função de Heaviside, I é a intensidade de corrente, z_1 e z_2 são as posições dos eletrodos de corrente (A e B) e e_z é o vetor unitário na direção z .

Considerando (8), (9) e (10) e o fato do vetor potencial ser da forma $(0,0,A_z)$, tem-se

$$E_z = i\omega\mu_o A_z + \frac{1}{\sigma^*} \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} \quad (14)$$

$$H_\theta = \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \quad (15)$$

Seja A_{1z} a solução de (11) no interior do poço, então

$$\nabla^2 \bar{A}_{1z} + k_1^2 \bar{A}_{1z} = -\frac{I\delta(r)[u(z-z_1)-u(z-z_2)]}{r} \quad (16)$$

válida para $r \leq a$, onde a é o raio do poço. Se A_{2z} é a solução de (11) na zona invadida, então

$$\nabla^2 \bar{A}_{2z} + k_2^2 \bar{A}_{2z} = 0 \quad (17)$$

válida para $a \leq r \leq b$, onde b é o raio da zona invadida. Da mesma forma, para a formação, com solução A_{3z} , tem-se

$$\nabla^2 \bar{A}_{3z} + k_3^2 \bar{A}_{3z} = 0 \quad (18)$$

para $r \geq b$. As componentes tangenciais de \bar{E} e \bar{H} são contínuas nas interfaces, desta forma, através de (14) e (15) obtém-se as condições de contorno para resolver (16), (17) e (18). De posse de A_{1z} , por (14), determina-se E_{1z} , e, calcula-se o potencial entre os eletrodos M e N integrando este campo elétrico. Assim,

$$V(r, z) = \frac{1}{\sigma_1} \int_0^\infty \frac{k_{1r}^2}{k_z^2} \left[\frac{I}{2\pi} K_0(k_{1r}r) - B(k_z) I_0(k_{1r}r) \right] \times \left[\cos k_z z_{AN} - \cos k_z z_{BM} - \cos k_z z_{AM} + \cos k_z z_{BM} \right] dk_z \quad (19)$$

onde, z_{ij} são as distâncias entre os eletrodos; I_0 e K_0 são funções de Bessel modificadas de ordem zero de primeira e segunda espécies, respectivamente; $k_{1r} = \sqrt{k_z^2 - k_1^2}$.

$B(k_z)$ é uma função dada por

$$B(k_z) = \frac{\frac{I}{2\pi^2} (F_1 H_1 + F_2 H_2)}{F_3 H_1 + F_4 H_2}$$

$$F_1 = K_o(k_{1r}a) K_1(k_{2r}a) - \frac{\sigma_1^* k_{2r}}{\sigma_2^* k_{1r}} K_1(k_{1r}a) K_o(k_{2r}a)$$

$$F_2 = K_o(k_{1r}a) I_1(k_{2r}a) + \frac{\sigma_1^* k_{2r}}{\sigma_2^* k_{1r}} K_1(k_{1r}a) I_o(k_{2r}a)$$

$$F_3 = I_o(k_{1r}a) K_1(k_{2r}a) + \frac{\sigma_1^* k_{2r}}{\sigma_2^* k_{1r}} I_1(k_{1r}a) K_o(k_{2r}a)$$

$$F_4 = I_o(k_{1r}a) I_1(k_{2r}a) - \frac{\sigma_1^* k_{2r}}{\sigma_2^* k_{1r}} I_1(k_{1r}a) I_o(k_{2r}a)$$

$$H_1 = K_1(k_{3r}b) I_o(k_{2r}b) + \frac{\sigma_2^* k_{3r}}{\sigma_3^* k_{2r}} K_o(k_{3r}b) I_1(k_{2r}b)$$

$$H_2 = K_o(k_{2r}b) K_1(k_{3r}b) - \frac{\sigma_2^* k_{3r}}{\sigma_3^* k_{2r}} K_1(k_{2r}b) K_o(k_{3r}b)$$

Resultado semelhante foi encontrado por [9] no estudo do efeito de anisotropia em medidas de resistividade em poço e por [10] no estudo de um modelo dinâmico para dados de resistividade e polarização induzida em poço.

IV. RESULTADOS

Usando (19), obteve-se a resposta de polarização induzida de duas situações geológicas: 1) meio com duas camadas cilíndricas (poço e a formação); 2) meio com três camadas cilíndricas (poço, zona invadida e formação). A resistividade da lama (poço), para as duas geometrias, foi de 1 Ω .m com o efeito de polarização sendo desprezado. As distâncias entre os eletrodos, em metro, foram de 0.41, 6.1, 20.9 e 26.59 para AM, NA, BN e BM, respectivamente. O valor assumido para o raio do poço foi de 10 cm. Os valores 0.25, 0.5 e 0.75 foram considerados para o expoente fractal η . Os outros parâmetros do modelo assumem os valores típicos citados por [4].

A Fig. 2 mostra a resposta IP para meio com duas camadas cilíndricas. Observa-se que o modelo fractal pode ser usado em uma ampla faixa de frequência em um meio de camadas cilíndricas. Como no caso de camadas horizontais [4], o parâmetro fractal η domina a resposta de fase da resistividade aparente principalmente em baixa frequência. Essa característica é muito importante, pois nas baixa frequência os parâmetros possuem informações sobre a rugosidade dos poros das rochas. Desta forma, torna-se possível investigar as propriedades de transporte do meio geológico.

Para a resposta de polarização induzida em um meio com três camadas cilíndricas (lama, zona invadida e formação), foram consideradas três profundidades para a zona invadida: um, dois e cinco vezes o raio do poço. A resistividade DC da zona invadida foi igual a 10 Ω .m. As Figs. 3, 4 e 5 mostram os resultados.

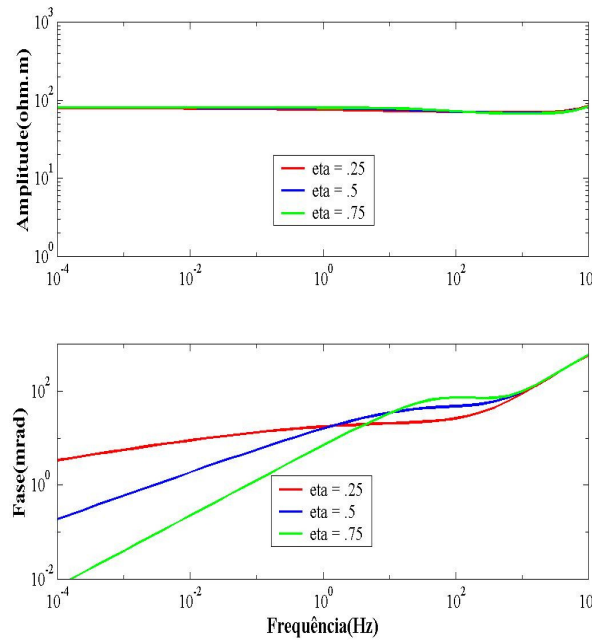


Fig. 2. Amplitude e fase da resistividade aparente em um poço com lama e formação . A formação é polarizável, com as propriedades elétricas intrínsecas dada pelo modelo fractal..

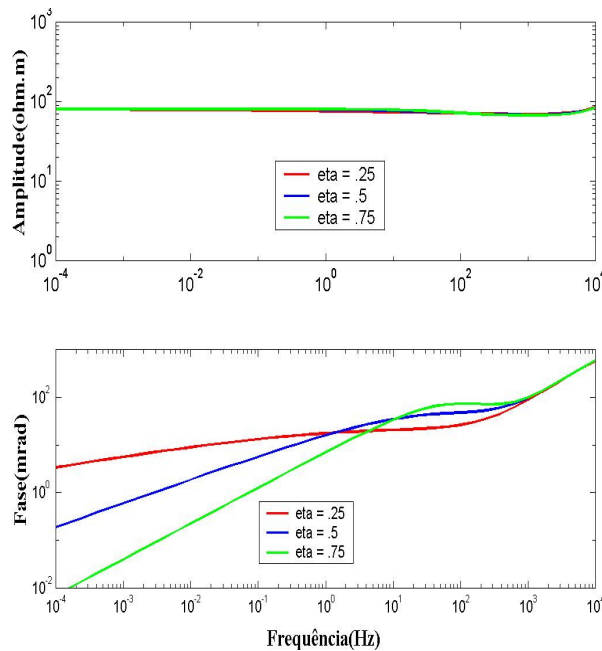


Fig. 3. Amplitude e fase da resistividade aparente em um poço com lama, zona invadida e formação. A zona invadida e a formação são polarizáveis com as propriedades elétricas intrínsecas dadas pelo modelo fractal. O raio da zona invadida é o mesmo do poço

Como era de se esperar, a amplitude da resistividade aparente foi afetada com a variação do raio da zona invadida. Entretanto, a resposta de fase pouco foi afetada. Este resultado é semelhante ao encontrado para camadas horizontais [7], o que mostra a natureza fractal da resistividade complexa. Ou seja, a variação da escala de medidas não modificou a resposta de fase do meio.

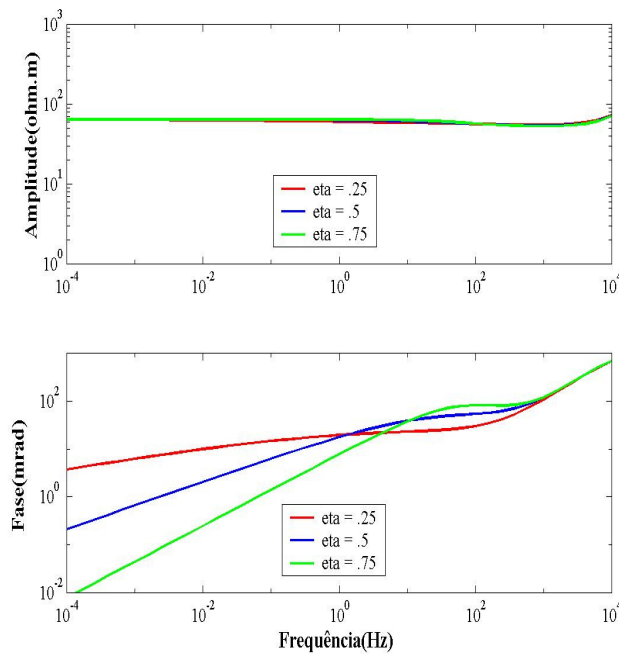


Fig. 4. Amplitude e fase da resistividade aparente em um poço com lama, zona invadida e formação. A zona invadida e a formação são polarizáveis com as propriedades elétricas intrínsecas dadas pelo modelo fractal. A profundidade da zona invadida é duas vezes o raio do poço.

Como o expoente fractal η , que domina a resposta de fase, não depende das propriedades elétricas dos fluidos preenchendo os espaços vazios das rochas, dependendo apenas da composição mineralógica destas, a influência da zona invadida foi atenuada na resposta.

V. CONCLUSÕES

O modelo fractal para resistividade complexa foi aplicado como propriedade elétrica intrínseca de um meio polarizável com camadas cilíndricas onde foi investigada a influência do parâmetro fractal (η) do modelo na resposta de polarização induzida. Os resultados mostraram que, como no caso de um ambiente com camadas horizontais, o expoente fractal domina a resposta de fase da resistividade aparente complexa do meio em baixa frequência. Como em baixas frequências os parâmetros de polarização induzida carregam informações sobre a rugosidade dos poros rochosos, este resultado é torna-se importante na interpretação de dados petrofísicos. Além disso, como o expoente fractal depende apenas da composição mineralógica e da geometria fractal do meio, os efeitos da zona invadida na resposta de fase foram atenuados. Adicionalmente, é possível determinar, a partir de dados de polarização induzida, as características do meio sem que os efeitos de acoplamento eletromagnético sejam perceptíveis para frequências inferiores a 10^4 Hz.

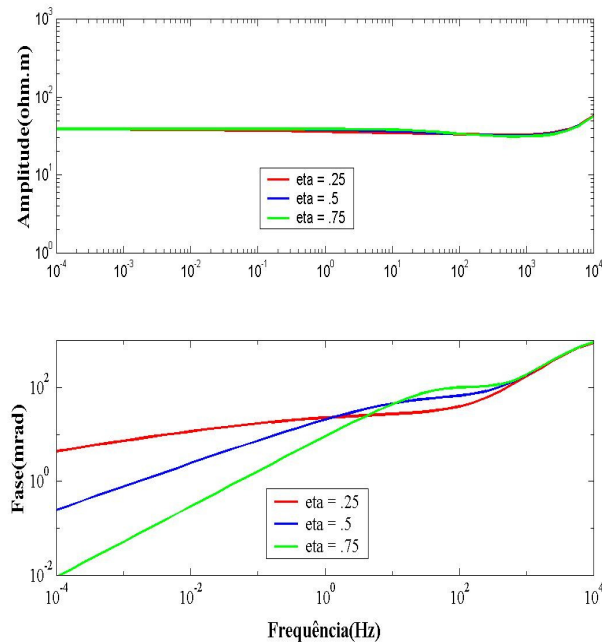


Fig. 5. Amplitude e fase da resistividade aparente em um poço com lama, zona invadida e formação. A zona invadida e a formação são polarizáveis com as propriedades elétricas intrínsecas dadas pelo modelo fractal. A profundidade da zona invadida é cinco vezes o raio do poço.

REFERÊNCIAS

- [1] A. Kemna, E. Räckers and L. Dresen, “Field application of complex resistivity tomography.” Presented at the Society of Exploration of Geophysicists 69th Annual Meeting, Expanded Abstract, 1999.
- [2] A. Kemna, A. Binley, A. Ramírez, and W. Daily, “Complex resistivity tomography for environmental applications.” *Chemical Engineering Journal*, vol. 77, pp. 11 – 18, 2000.
- [3] E. E. S., Sampaio, A. B. Santos and H. K. Sato, “Spectral induced polarization and mineral discrimination.”, Presented at the Society of Exploration of Geophysicists 68th Annual Meeting, Expanded Abstract, 1998.
- [4] B. R. P. da Rocha, “Modelo fractal para resistividade complexa de rochas: sua interpretação petrofísica e aplicação à exploração geoeletrica”. Tese de doutorado, Centro de Geociências - Universidade Federal do Pará, 1995.
- [5] B. R. P. da Rocha, A. F. Tejo, R. R. M. Valle and M. A. B. Melo, “Fractal eletromagnetic model for biological systems”. In : *Progress in eletromagnetic research, proceedings vol. 1*, Cambridge, Massachussets, USA, pp. 101 – 101, 1997.
- [6] B. R. P. da Rocha and T. M. Habashy, “Fractal geometry, porosity and complex resistivity I: from rough pore interfaces to the hand specimens”. In: M. A. Lovell, *Developments in petrophysics*, London Geological Society, special publication, pp. 277 – 286, 1995.
- [7] B. R. P. da Rocha and T. M. Habashy, “Fractal geometry, porosity and complex resistivity II: from hand specimens to field data”. In: M. A. Lovell, *Developments in petrophysics*, London Geological Society, special publication, pp. 287 – 296, 1995.
- [8] H. Seigel, “Mathematical formulation and type curves for induced polarization”. *Geophysics*, vol. 24, pp. 547 – 563, 1959.
- [9] J. H. Moran and S. Gianzero, “Effects of formation anisotropy on resistivity-logging measurements”. *Geophysics*, vol. 44, pp. 1266 – 1286, 1979.
- [10] R. Freedman and J. P. Vogiatzis, “Theory of induced-polarization logging in a borehole”. *Geophysics*, vol. 51, pp. 1830 – 1849, 1986.