

O Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem para Estimação de Atitude e Bias de Giros

William R. Silva, **Hélio K. Kuga,**

Divisão de Mecânica Espacial e Controle, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE),
Av. dos Astronautas, 1758, Jd. da Granja, CEP:12227-010, São José dos Campos, SP, Brazil.

E-mail: reis.william@gmail.com, helio.kuga@inpe.br,

Maria C. Zanardi

Universidade Federal do ABC (UFABC)

Av. dos Estados, 5001, Bangu, CEP:09210-580, Santo André, SP, Brazil.

E-mail: mceciliazanardi@gmail.com

Resumo: *Este trabalho descreve a determinação de atitude e a estimação de bias de giros usando do Filtro H_∞ Estendido e Segunda Ordem para sistemas não lineares. Tal filtro usa a série de Taylor para aproximar as não linearidade da dinâmica conhecida e assume que os ruídos têm propriedades estatísticas conhecidas. A aplicação utiliza dados de medidas de um satélite real CBERS-2 (China Brazil Earth Resources Satellite 2). O modelo cinemático da atitude é descrito por equações não lineares envolvendo os ângulos de Euler. Os sensores de atitude disponíveis são dois DSS (Digital Sun Sensors), dois IRES (Infra-Red Earth Sensor) e um triedro de giros mecânicos. De acordo com a teoria, em comparação com o filtragem Kalman, a filtragem H_∞ tem algumas vantagens na estimação de estados. No Filtro H_∞ , a natureza é considerada perversa e procura ativamente degradar a estimação de estados tanto quando possível, enquanto isso no Filtro de Kalman, a natureza é considerada indiferente. Assim, o Filtro H_∞ Estendido é simplesmente uma versão robusta dos Filtro de Kalman Estendido pois adiciona tolerâncias a ruídos e dinâmica não modelados. Ao usar o Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem, a meta é destacar e ampliar as propriedades do Filtro H_∞ em termos de suas característica favoráveis. Os resultados neste trabalho mostram que se pode melhorar a precisão na determinação de atitude com os requerimentos prescritos, além de fornecer a estimativa dos bias dos giros que pode ser usada para realçar o modelo de erro dos giros. Sabe-se que giros apresentam algumas fontes de erros tal com os bias que é o mais problemático, pois com o tempo, a acumalação de erros pioram a precisão no processo de estimação, além disso os bias devem ser levados em conta no processo de determinação de atitude para garantir o sucesso da missão.*

Palavras-chave: *Estimação Ótima, Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem, Bias de Giros*

1 Introdução

Estimação de atitude é um processo de determinação da orientação de um satélite com respeito a um sistema de referência inercial processando dados de sensores de atitude. Depois de dado um vetor de referência, o sensor de atitude mede a orientação desse vetor com respeito a uma referência fixa no sistema do satélite. Assim, é possível estimar a orientação do satélite procesando computacionalmente esse vetor usando métodos de estimação de atitude.

Neste trabalho a atitude é representada pelos ângulos de Euler. No caso do CBERS-2, a estabilização de atitude é feita em três eixos geo-apontados e pode-se descrever sua relação com o sistema orbital. Nesse sistema, o movimento ao redor da direção da velocidade orbital

é chamada *roll* (ϕ), o movimento ao redor da direção normal a órbita é chamada *pitch* (θ) e finalmente o movimento ao redor da direção Zenith/Nadir é chamada *yaw* (ψ). Ver Figura 1.

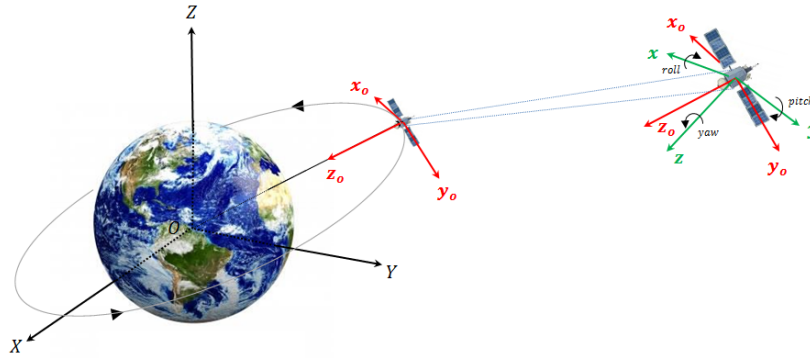


Figura 1: Ilustração para representar o sistema orbital local ($\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o, \mathbf{z}_o$) e o sistema de atitude ($\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$)

A matriz de transformação R apresentada nas Referências [2, 3, 7] na sequência 3-2-1, relaciona o sistema de coordenadas no corpo de satélite ($\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$) com o sistema orbital local ($\mathbf{x}_o, \mathbf{y}_o, \mathbf{z}_o$).

A estimação de estados é realizada pelo Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem, este método é capaz de estimar estados de sistemas não lineares com dados de diferentes sensores de atitude. Foi considerado dados reais fornecidos de dois IRES (Infra-Red Earth Sensor), dois DSS (Digital Sun Sensors) e um triedro do giros mecânicos. Os dois IRES fornecem a medidas direta dos ângulos *roll* e *pitch* com um certo nível de erro. Os dois DSS são montados no satélite de tal forma que fornecem uma função não linear dos ângulos de *roll*, *pitch* e *yaw*. Os giros são alinhados aos três eixos dos satélites e fornecem a medidas da velocidades angulares com bias no sistema de referência do corpo. A medidas utilizadas nessa pesquisa, foram registradas pelo Centro de Controle de Satélites do INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais) [3, 7].

A filtragem H_∞ minimiza o pior caso de estimação de erro, sendo mais robusto que na filtragem de Kalman. O Filtro H_∞ é baseado na aproximação da teoria de jogos que foi originariamente desenvolvida na Referência [1] e posteriormente na Referência [5] e [6]. Sua forma estendida é discutida na Referência [4].

2 O Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem

Considere um sistema discreto não linear

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + \mathbf{w}_k \\ \mathbf{y}_k &= h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \end{aligned} \quad (1)$$

em que k índice de tempo discreto, \mathbf{x}_{k+1} e \mathbf{y}_k são os vetores de estados e de medidas com dimensões n e m respectivamente, \mathbf{w}_k e \mathbf{v}_k são os ruídos do processo e de medida, os termos desses ruídos podem ser aleatórios com estatística possivelmente conhecida e média diferente de zero, ou eles podem ser determinísticos. O termo \mathbf{u}_k é a entrada de controle, $f(\cdot)$ e $h(\cdot)$ são vetores de funções não lineares que são diferenciáveis com respeito a \mathbf{x}_k .

Logo, a expansão em série de Taylor de $f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k)$ e $h(\mathbf{x}_k)$ ao redor do ponto nominal $\hat{\mathbf{x}}_k$ (o estado estimado) é

$$f(\mathbf{x}_k) = f(\hat{\mathbf{x}}_k) + \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}_k} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_k} (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k) \quad (2)$$

$$h(\mathbf{x}_k) = h(\hat{\mathbf{x}}_k) + \left. \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}_k} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_k} (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k) \quad (3)$$

A meta é estimar a combinação linear de estados. Isto é, deseja-se estimar \mathbf{z}_k , que é dado por

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{L}_k \mathbf{x}_k \tag{4}$$

em que \mathbf{L}_k é uma matriz usualmente definida com posto completo. Desejando estimar diretamente o estado \mathbf{x}_k como no Filtro de Kalman, então $\mathbf{L}_k = \mathbf{I}$. A estimativa de \mathbf{z}_k é indicada como $\hat{\mathbf{z}}_k$ e a estimativa do estado inicial \mathbf{x}_0 é $\hat{\mathbf{x}}_0$.

O critério de desenvolvimento do Filtro H_∞ Estendido precisa encontrar $\hat{\mathbf{z}}_k$ que minimiza $(\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k)$ para qualquer \mathbf{w}_k , \mathbf{v}_k e \mathbf{x}_0 . Considerando o pior cenário, assume-se que a natureza é nossa adversária e encontra \mathbf{w}_k , \mathbf{v}_k e \mathbf{x}_0 para maximizar $(\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k)$ [4, 8]. Assim, a função custo usada é:

$$J_1 = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} \|\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k\|_{\mathbf{S}_k}^2}{\|\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0\|_{\mathbf{P}_0^{-1}}^2 + \sum_{k=0}^{N-1} \left(\|\mathbf{w}_k\|_{\mathbf{Q}_k^{-1}}^2 + \|\mathbf{v}_k\|_{\mathbf{R}_k^{-1}}^2 \right)} \tag{5}$$

A notação $\|\mathbf{x}_k\|_{\mathbf{S}_k}^2$ é definida como o quadrado de \mathbf{x}_k ponderado por \mathbf{S}_k , ou a norma L_2 de \mathbf{x}_k , isto é, $\|\mathbf{x}_k\|_{\mathbf{S}_k}^2 = \mathbf{x}_k^T \mathbf{S}_k \mathbf{x}_k$. As matrizes de ponderação \mathbf{P}_0 , \mathbf{Q}_k , \mathbf{R}_k e \mathbf{S}_k são matrizes positivas definidas e simétricas escolhida pelo usuário com base no problema específico.

A direta minimização de J_1 na Equação (5) não viável, assim escolhe-se um coeficiente de performance específico γ que permite uma estratégia de estimação que satisfaça tal limiar. Isto é, tentaremos encontrar uma estimativa de $\hat{\mathbf{z}}_k$ que resulte em

$$J_1 < \frac{1}{\gamma} \tag{6}$$

Rearranjando a Equação (5) temos:

$$J = -\frac{1}{\gamma} \|\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0\|_{\mathbf{P}_0^{-1}}^2 + \sum_{k=0}^{N-1} \left[\|\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k\|_{\mathbf{S}_k}^2 - \frac{1}{\gamma} \left(\|\mathbf{w}_k\|_{\mathbf{Q}_k^{-1}}^2 + \|\mathbf{v}_k\|_{\mathbf{R}_k^{-1}}^2 \right) \right] < 1 \tag{7}$$

Uma vez que $\mathbf{v}_k = \mathbf{y}_k - h(\mathbf{x}_k)$, $\mathbf{z}_k = \mathbf{L}_k \mathbf{x}_k$, $\hat{\mathbf{z}}_k = \mathbf{L}_k \hat{\mathbf{x}}_k$ e definindo $\bar{\mathbf{S}}_k = \mathbf{L}_k^T \mathbf{S}_k \mathbf{L}_k$. Assim a Equação (7) pode ser reescrita como

$$J^* = \min_{\hat{\mathbf{x}}_k} \max_{\mathbf{w}_k, \mathbf{y}_k, \mathbf{x}_0} J \tag{8}$$

Em que

$$J = -\frac{1}{\gamma} \|\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0\|_{\mathbf{P}_0^{-1}}^2 + \sum_{k=0}^{N-1} \left[\|\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k\|_{\bar{\mathbf{S}}_k}^2 - \frac{1}{\gamma} \left(\|\mathbf{w}_k\|_{\mathbf{Q}_k^{-1}}^2 + \|\mathbf{y}_k - h(\mathbf{x}_k)\|_{\mathbf{R}_k^{-1}}^2 \right) \right] \tag{9}$$

Para resolver o problema de minimax na Equação (9), um ponto estacionário de J com respeito a \mathbf{x}_0 e \mathbf{w}_k precisa ser encontrado primeiro, e então um ponto estacionário de J com respeito a $\hat{\mathbf{x}}_k$ e \mathbf{y}_k precisa ser encontrado também [8].

2.1 A Solução do Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem

Considere o problema de minimax na Equação (9), usando a expansão em série de Taylor descrita nas Equações (2) e (3) para aproximar a função não linear na Equação (1). A solução do Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem, apresentada para o espaço de estado, é dada por [4]:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k \left[\mathbf{I} - \gamma \bar{\mathbf{S}}_k \mathbf{P}_k + \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k \right]^{-1} \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \tag{10}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = f(\hat{\mathbf{x}}_k, \boldsymbol{\mu}_k) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \varphi_i^f \text{tr} \left[\frac{\partial^2 f_i}{\partial \mathbf{x}_k^2} \Big|_{\hat{\mathbf{x}}_k} \bar{\mathbf{P}}_k \right] + \mathbf{F}_k \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{y}}_k \quad (11)$$

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{F}_k \mathbf{P}_k \left[\mathbf{I} - \gamma \bar{\mathbf{S}}_k \mathbf{P}_k + \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k \right]^{-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k \quad (12)$$

$$\boldsymbol{\lambda}_{k+1} = (\mathbf{F}_k \mathbf{F}_k^T + \xi \mathbf{I})^{-1} \mathbf{F}_k (\mathbf{G}_k \boldsymbol{\lambda}_k - \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \tilde{\mathbf{y}}_k) \quad (13)$$

$$\bar{\mathbf{P}}_{k+1} = \eta \bar{\mathbf{P}}_k + (1 - \eta) \mathbf{P}_k \boldsymbol{\lambda}_k \boldsymbol{\lambda}_k^T \mathbf{P}_k^T \quad (14)$$

em que $\varphi_i = [0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots 0]^T$ onde o número 1 está sempre no i ésimo elemento da matriz; $\mathbf{F}_k = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}_k} \Big|_{\hat{\mathbf{x}}_k}$; $\mathbf{H}_k = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}_k} \Big|_{\hat{\mathbf{x}}_k}$; o resíduo $\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{y}_k - h(\hat{\mathbf{x}}_k) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \varphi_i^h \text{tr} \left[\frac{\partial^2 h_i}{\partial \mathbf{x}_k^2} \Big|_{\hat{\mathbf{x}}_k} \bar{\mathbf{P}}_k \right]$; o termo $\boldsymbol{\lambda}_k$ é o multiplicador de Lagrange; ξ é positivo e escalar e $0 < \eta \leq 1$. Além disso, o valor de γ deve satisfazer a Equação (15) para assegurar que o valor otimizado de $\hat{\mathbf{x}}_k$ é um mínimo local de J , isto é

$$\mathbf{P}_k^{-1} - \gamma \bar{\mathbf{S}}_k + \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{H}_k > 0 \quad (15)$$

Logo, A expressão $\mathbf{P}_k^{-1} - \gamma \bar{\mathbf{S}}_k + \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{H}_k$, deve ser positiva definida.

3 Simulação Computacional e Resultados

O sistema não linear que representa as equações de processo e de medida para o satélite CBERS-2 é dada por [3, 7]:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\varepsilon}_x \\ \dot{\varepsilon}_y \\ \dot{\varepsilon}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega_0 \sin \psi + (g_x - \varepsilon_x) + \theta(g_z - \varepsilon_z) \\ \omega_0 \cos \psi + (g_y - \varepsilon_y) + \phi(g_z - \varepsilon_z) \\ \omega_0 (\phi \cos \psi - \theta \sin \psi) + (g_z - \varepsilon_z) + \phi(g_y - \varepsilon_y) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{w} \quad (16)$$

$$\mathbf{y}_k = \begin{bmatrix} \arctan \left(\frac{-(S_{0y} - \psi S_{0x} + \phi S_{0z})}{(S_{0x} + \psi S_{0y} - \theta S_{0z}) \cos 60^\circ + (S_{0z} - \phi S_{0y} - \theta S_{0z}) \cos 150^\circ} \right) \\ 24^\circ + \arctan \left(\frac{S_{0x} + \psi S_{0y} - \theta S_{0z}}{S_{0z} - \phi S_{0y} - \theta S_{0z}} \right) \\ \phi \\ \theta \end{bmatrix} + \mathbf{v}_k \quad (17)$$

Lembrando que, o vetor de estado é composto pelos ângulos de atitude ϕ , θ , ψ , e pelos bias dos giros ε_x , ε_y , ε_z ; o termo ω_0 é a velocidade angular que representa a taxa orbital de navegação com relação à Terra. Os termos g_x , g_y e g_z são as componentes do vetor de saída do giroscópio; as matrizes $\mathbf{w} = [w_\phi \ w_\theta \ w_\psi \ w_{\varepsilon_x} \ w_{\varepsilon_y} \ w_{\varepsilon_z}]^T$ e $\mathbf{v}_k = [v_{\alpha_\psi} \ v_{\alpha_\theta} \ v_{\phi_H} \ v_{\theta_H}]^T$ são os ruídos de processo e de medida, respectivamente; e os termos S_{0x} , S_{0y} e S_{0z} são as componentes do vetor solar nos sistema de coordenada orbital [2].

O algoritmo de estimação pelo Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem foi implementado através do software MatLab sob condições iniciais $\mathbf{x}_0 = [0,0 \ 0,0 \ 0,0 \ 5,76 \ 4,64 \ 2,68]^T$ com matriz de covariância $\mathbf{P}_0 = \text{diag}(0,025; 0,025; 1,0; 2,0; 2,0; 2,0)$; covariância do processo $\mathbf{Q}_0 = \text{diag}(0,1; 0,1; 0,1; 0,01; 0,01; 0,005)$ e de medida $\mathbf{R}_0 = \text{diag}(0,6; 0,6; 0,06; 0,06)$; covariância auxiliar $\bar{\mathbf{P}}_0 = \text{diag}(0,025; 0,025; 1,0; 2,0; 2,0; 2,0)$ e multiplicador de Lagrange inicial $\boldsymbol{\lambda}_0 = [0,1 \ 0,1 \ 0,1 \ 0,1 \ 0,1 \ 0,1]^T$

A Figuras 2, 3 e 4, apresentam os ângulos de atitude e bias dos giros estimados usando o Filtro H_∞ Estendido de Primeira e Segunda Ordem e o Filtro Kalman Estendido, usado como referência [3]. Para os Filtros H_∞ Estendido, os parâmetros usados foram $\gamma = 1/3$, $\eta = 0,9$ e $\xi = 1,3$; as matrizes \mathbf{L}_k and \mathbf{S}_k são ambas matrizes identidades. Foi observado que durante o período analisado que o Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem alcançou a convergência.

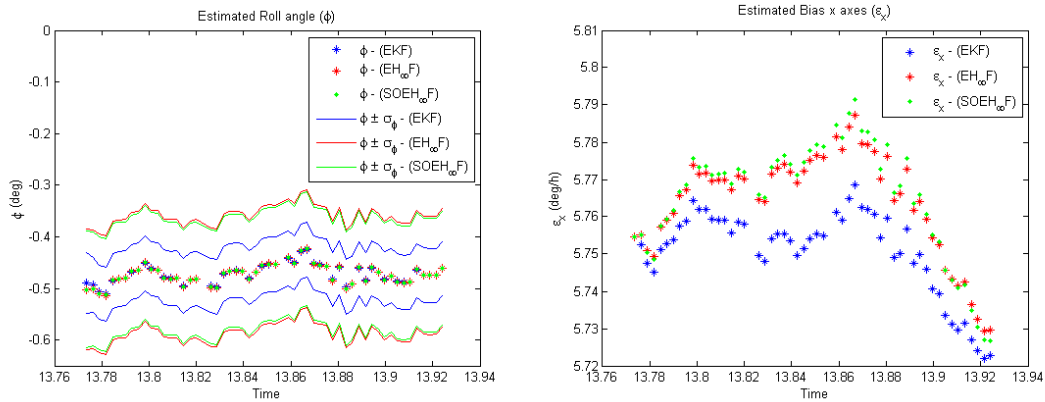


Figura 2: Ângulo *roll* e bias do giro ao redor do eixo *x* estimado pelos Filtros H_∞ Estendido de Primeira e Segunda Ordem e pelo Filtro de Kalman Estendido

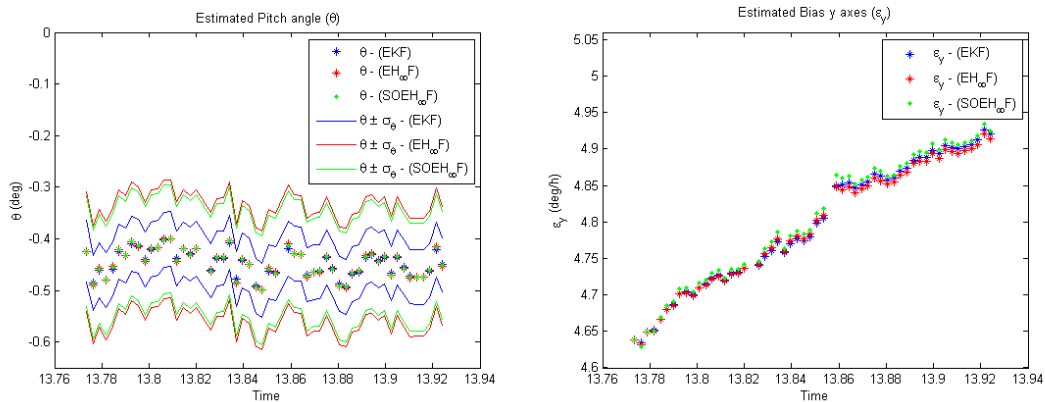


Figura 3: Ângulo *pitch* e bias do giro ao redor do eixo *y* estimado pelos Filtros H_∞ Estendido de Primeira e Segunda Ordem e pelo Filtro de Kalman Estendido

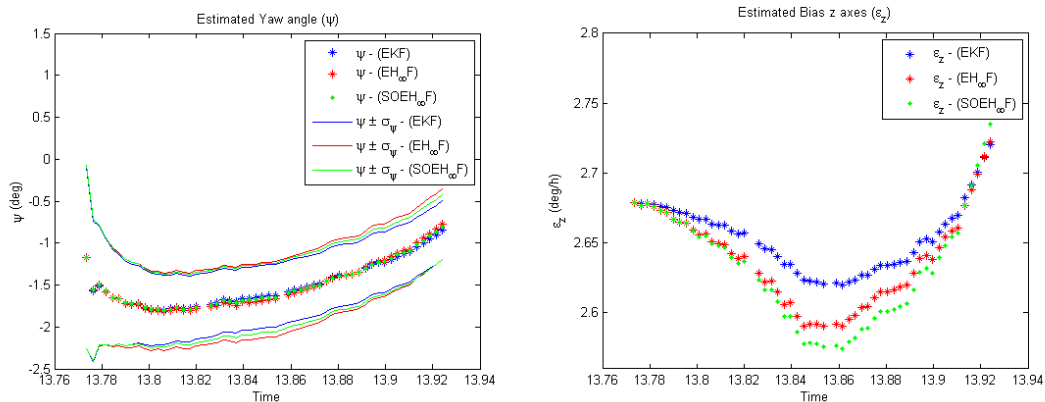


Figura 4: Ângulo *yaw* e bias do giro ao redor do eixo *z* estimado pelos Filtros H_∞ Estendido de Primeira e Segunda Ordem e pelo Filtro de Kalman Estendido

Pela conduta dos ângulos *roll* e *pitch* estimados (Figura 2 e 3 à esquerda, respectivamente) é observado que o Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem fornece resultados satisfatórios, de acordo com a referência, mas com grandes desvios padrões. Pela conduta do bias ao redor do eixo *x* estimado (Figura 2 à direita) apresenta um pequenos desvio mas consistente com os resultados da referência. Porém, a conduta do bias ao redor do eixo *y* estimado (Figura 3 à direita) apresenta resultados similares ao da referência.

Finalmente, conduta dos ângulos *yaw* estimados (Figura 4 à esquerda) é observado que o Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem apresenta resultados similares ao da referência. A conduta do bias ao redor do eixo *z* estimado (Figura 4 à direita) apresenta um pequenos desvio mas novamente consistente a referência.

Nas Figuras 5 e 6 apresentam as covariância dos ângulos de atitude e dos bias dos giros, respectivamente, pelos Filtros H_∞ Estendido e pelo Filtro de Kalman Estendido.

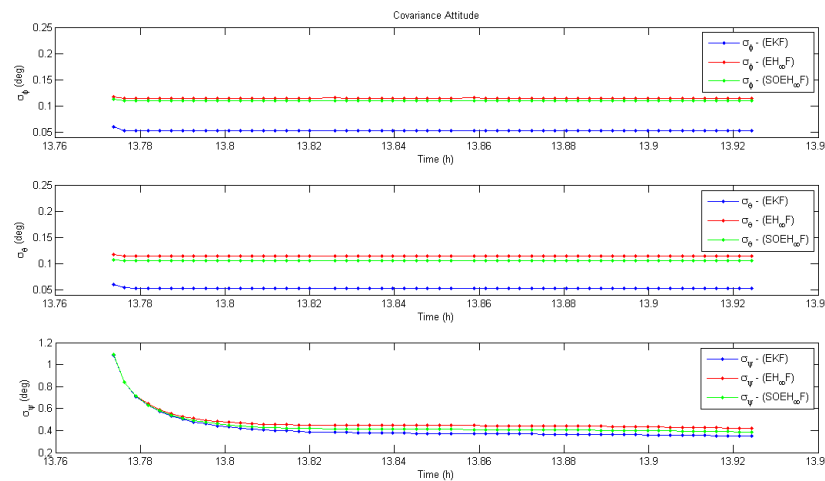


Figura 5: Covariância da Atitude pelos Filtros H_∞ Estendido e pelo Filtro de Kalman Estendido

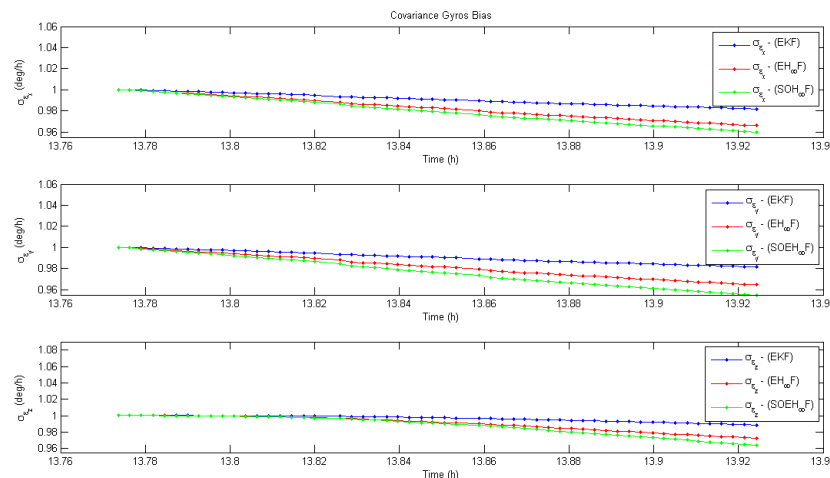


Figura 6: Covariância dos Bias dos Giros pelos Filtros H_∞ Estendido e pelo Filtro de Kalman Estendido

Analisando os resultados, é observado que a covariância da atitude são maiores nos Filtros H_∞ Estendido que no Filtro de Kalman Estendido. Em contra partida, a covariância dos bias dos giros nos Filtros H_∞ Estendido apresentam melhores resultados que no Filtro de Kalman

Estendido, indo para pequenos valores rapidamente. Assim, para a calibração de giros, o Filtro H_∞ de Segunda Ordem fornece resultados mais relevantes.

4 Conclusões

O objetivo desse estudo foi estimar a atitude do satélite CBERS-2, usando dados reais fornecidos por sensores que estão à bordo do satélite. Para validar, a atitude foi estimada pelos Filtros H_∞ Estendido de Primeira e Segunda Ordem e pelo Filtro de Kalman Estendido, considerado com referência.

O uso de dados reais de sensores à bordo, atribui dificuldades como não modelamento de ruídos, desalinhamento, sem presupor o erro sistemático pós-lançamento. Portanto, é observado que a estimação de atitude pelos Filtros H_∞ Estendido estão de acordo com resultados anteriores [3] que fez uso o Filtro de Kalman Estendido para estimação de atitude.

Assim, resguardada pela robustez do método de estimação, notou-se que os resultados são similares com a referência, porém a covariância dos giros para o Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem fornece resultados supostamente mais precisos para calibração dos giros.

Finalmente, pode-se concluir que o algoritmo do Filtro H_∞ Estendido de Segunda Ordem converge, fornecendo a solução da cinemática de atitude e dos bias dos giros com precisão superior quando comparada com o Filtro de Kalman Estendido.

5 Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer o suporte financeiro recebido pela CAPES, FAPESP (grant #2012/ 21023-6), CNPQ (grant #303119/ 2010-1), e pelo suporte parcial do projeto SIA-DCTA-INPE sob contrato FINEP 0.1.06.1177.03

Referências

- [1] R. Banavar, “A game theoretic approach to linear dynamics estimation”, Doctoral Dissertation, University of Texas at Austin, Austin, Texas, 1992.
- [2] H. Fuming, H. K. Kuga, CBERS simulator mathematical models, *CBTT Project, CBTT/2000/ MM/ 001*, 1999 (1999) 1-12.
- [3] R. V. Garcia, H. K. Kuga, M. C. Zanardi, Unscented Kalman filter applied to the spacecraft attitude estimation with euler angles, *Mathematical Problems in Engineering*, 2012 (2012) 1-12.
- [4] J. S. Hu, C. H. Yang, Second-Order Extended H_∞ Filter for Nonlinear Discrete-Time Systems Using Quadratic Error Matrix Approximation, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 59 (2011) 3110 - 3119.
- [5] X. Shen, L. Deng, Discrete H_∞ filter design with application to speech enhancement, *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2 (1995) 1504 - 1507.
- [6] X. Shen, L. Deng, Game theory approach to H_∞ discrete filter design, *IEEE Transactions on Signal Processing*, (1997) 1092 - 1094.
- [7] W. R. Silva, H. K. Kuga, M. C. Zanardi, Application of the Extended H_∞ Filter for Attitude Determination and Gyro Calibration, *24th AAS/AAIA Space Flight Mechanics Meeting*, (2014) 1-15.
- [8] D. Simon, “Optimal State Estimation: Kalman, H_∞ , and Nonlinear Approaches”, Wiley, New York, 2006.