

Estação de Referência Virtual: Modelagem Matemática, Análises e Resultados

Daniele Barroca Marra Alves, Tayná Aparecida Ferreira Gouveia, Jackes Akira Magário

Depto de Engenharia Cartográfica, FCT, UNESP
19060-900, Presidente Prudente, SP

E-mail: danibarroca@fct.unesp.br, tayna.ppgcc@gmail.com, jackes_magario@live.com

Crislaine Menezes da Silva

Programa de Mestrado em Matemática Aplicada e Computacional - PósMac, FCT, UNESP
19060-900, Presidente Prudente, SP

E-mail: crismenezes@live.com

***Resumo:** Uma grande tendência da atualidade tem sido o uso de tecnologias espaciais para os mais diversos fins. Algo que tem se destacado e se difundido é a utilização da tecnologia GPS para fins de posicionamento. O produto mais popular disponível no mercado é o conhecido GPS de navegação. Esse produto tem uma precisão baixa, pode apresentar erros da ordem de metros, mas essa precisão é adequada para o fim a que se destina. No entanto, para aplicações que requerem um nível centimétrico de erro, uma modelagem matemática rigorosa deve ser empregada para aprimorar ou desenvolver novos métodos de posicionamento. Nesse artigo o objetivo é apresentar a modelagem matemática, conceitos teóricos, resultados e análises de um método de posicionamento que vem sendo bastante empregado, trata-se do posicionamento baseado em redes empregando o conceito de estação de referência virtual. Nesse método modelos e ferramentas matemáticas e computacionais são utilizados para gerar observações virtuais ao usuário. Esse método se mostrou bastante promissor com erros no nível dos centímetros, como apresentado nos resultados desse artigo.*

1. Introdução

As tecnologias espaciais vem sendo cada vez mais empregadas tanto para usuários civis como no meio científico. Dentre essas tecnologias algo bastante utilizado é o sistema GPS (*Global Positioning System*). O GPS pode ser empregado nas mais diversas aplicações, desde atividades mais corriqueiras como navegação no carro, turismo, pesca, até monitoramento de barragens e de pontes, estudos atmosféricos, agricultura de precisão, dentre outros. Na maior parte das aplicações, seu uso se refere basicamente a localização. Mas, em aplicações que exigem alta precisão, como por exemplo o monitoramento de uma barragem, é necessário utilizar modelos matemáticos apropriados. Para desenvolver modelos que proporcionem resultados adequados é necessário aplicar conhecimentos provindos da Geodésia, Física, e, em especial, da Matemática [12]. Os modelos matemáticos empregados devem ser robustos e adequados ao problema que se quer solucionar.

Algo que tem sido amplamente almejado pela comunidade científica que trabalha com a tecnologia GPS é realizar o posicionamento com alta precisão, isto é, com poucos centímetros de erro. Para que se alcance tal objetivo, o que tem sido largamente empregado é o posicionamento baseado em redes de estações de referência utilizando o conceito de VRS (*Virtual Reference Station* - Estação de Referência Virtual) (seção 3).

Para que se realize o posicionamento baseado em redes utilizando o conceito de VRS, as observáveis GPS (fase da onda portadora e pseudodistância) [2] [3] [4] [10] [11] (seção 2) devem ser geradas através de modelos matemáticos. Além disso, ao gerar os dados de fase e pseudodistância da VRS devem ser considerados os efeitos atmosféricos da ionosfera e troposfera. A refração troposférica e o efeito ionosférico também devem ser modelados para a região de abrangência da rede. Tal modelagem deve ser realizada através de modelos robustos que representem a realidade atmosférica no Brasil. Essa modelagem deve ser empregada devido ao caminho percorrido pelo sinal GPS, tal sinal atravessa a atmosfera terrestre no caminho

percorrido entre o satélite e o receptor GPS que se localiza na superfície terrestre, o que ocasiona erros na posição.

Existem diversos modelos que podem ser empregados para atenuar os erros atmosféricos. Uma possibilidade para modelar os erros atmosféricos, também denominados sistemáticos, é o uso do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) com Penalidades [4] [9]. Através dessa modelagem é possível obter os erros atmosféricos utilizando *splines* cúbicas naturais [4]. Além disso, também é possível obter o erro troposférico e ionosférico separadamente. Em relação à ionosfera pode ser utilizada uma modelagem tomográfica, que pode ser baseada em funções [7] ou células 3D [6]. Nesse sentido a modelagem regional ou em grade também pode ser empregada [1] [2] [3] [5]. No que concerne a troposfera, o que tem provido os melhores resultados são os modelos de previsão numérica do tempo (PNT), que deve ser capaz de modelar com eficiência a atmosfera terrestre e descrever com precisão o estado inicial [3] [8].

Nesse artigo, o objetivo é apresentar aspectos teóricos e a modelagem matemática envolvida na geração de dados de estações virtuais, bem como resultados e análises que mostram a alta precisão que pode ser alcançada pelo método no posicionamento GPS.

2. Observáveis GPS

Os dados da VRS devem ser gerados de forma similar aos dados de um receptor real. No entanto, no conceito de VRS o receptor não existe fisicamente, mas o usuário tem a sua disposição dados que se assemelham a dados coletados de um receptor real [3]. Para tanto, as observáveis GPS (fase da onda portadora e pseudodistância) devem ser geradas através de modelos matemáticos.

A medida de pseudodistância é obtida a partir da correlação entre o código gerado pelo satélite no instante de transmissão (t^s) e sua réplica gerada no receptor no instante de recepção (t^r). A equação da pseudodistância entre o satélite s e o receptor r pode ser escrita como [4] [10] [11]:

$$PD_r^s = \rho_r^s + c(dt_r - dt^s) + I_r^s + T_r^s + dm_r^s + d\rho_r^s + \varepsilon_{PD_r^s}, \quad (1)$$

onde ρ_r^s é a distância geométrica entre o satélite s no instante de transmissão do sinal e o receptor r no instante de recepção, em metros; c é a velocidade da luz no vácuo, em m/s; dt_r é o erro do relógio do receptor em relação ao tempo GPS no instante de recepção, em segundos; dt^s é o erro do relógio do satélite em relação ao tempo GPS no instante de transmissão, em segundos; I_r^s é o erro causado pela refração ionosférica, em metros; T_r^s é o erro causado pela refração troposférica, em metros; dm_r^s é o erro causado pelo multicaminho, em metros; $d\rho_r^s$ é o erro causado pela órbita do satélite, em metros; $\varepsilon_{PD_r^s}$ é o erro da pseudodistância devido aos efeitos não modelados e aleatórios, em metros.

Já a medida da fase de batimento da onda portadora é obtida a partir da diferença entre a fase gerada pelo satélite, no instante de transmissão do sinal, e sua réplica gerada pelo receptor, no instante de recepção do sinal. Apenas uma medida fracionária é obtida, restando um número inteiro de ciclos desconhecido, denominado ambiguidade (N). A equação da fase de batimento da onda portadora pode ser escrita [4] [10] [11]:

$$\phi_r^s(t) = f \left(\frac{\rho_r^s - I_r^s + T_r^s + dm_r^s + d\rho_r^s}{c} \right) + f(dt_r - dt^s) + (\phi_i^s(t_0) - \phi_r(t_0)) + N_r^s + \varepsilon_{\phi_r^s}, \quad (2)$$

onde f a frequência nominal da fase, em Hz; $\phi_i^s(t_0)$ é a fase inicial no satélite, correspondente à época de referência t_0 , em ciclos; $\phi_r(t_0)$ é a fase inicial no receptor, correspondente à época de referência t_0 , em ciclos; N_r^s é a ambiguidade da fase no instante inicial de rastreamento, em ciclos; $\varepsilon_{\phi_r^s}$ é o erro da fase da portadora devido aos efeitos não modelados e aleatórios, em metros. Os demais termos são os mesmos da equação (1).

Observando as equações (1) e (2), pode-se perceber que para gerar as observáveis GPS, é necessário determinar os termos relacionados a distância geométrica, ionosfera, troposfera erros do relógio do satélite e receptor, além do termo referente a ambiguidade. Todos esses elementos devem ser determinados por modelos matemáticos, maiores detalhes de como gerar esses termos são vistos na próxima seção e também em [3].

3. Posicionamento baseado em Redes e VRS

3.1 Posicionamento

Realizar o posicionamento de um ponto de interesse nada mais é do que atribuir coordenadas a esse ponto relacionadas a um determinado instante. Essas coordenadas podem apresentar erros de metros, como por exemplo em um simples sistema de navegação utilizado nos carros ou nos celulares, ou também erros de poucos centímetros. Em diversas aplicações almeja-se errar o mínimo possível na posição. Em aplicações como por exemplo deformação de uma barragem erros métricos não são aceitáveis.

Buscando atender a essa alta precisão um método muito empregado é o posicionamento baseado em redes. Para realizar esse tipo de posicionamento é necessário ter a disposição dados de uma rede de receptores, isto é, diversos receptores GPS coletando dados simultaneamente. O número de receptores (também chamada de estações) dessa rede pode variar de três a dezenas ou centenas de estações. A distância entre as estações pode variar de poucos quilômetros a dezenas de quilômetros ou mais.

A existência dessas redes é uma realidade em muitos países. No Brasil tem-se a RBMC (Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo) disponível pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) (http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/rbmc/rbmc_est.php). No estado de São Paulo tem-se a Rede GNSS/SP (GNSS - *Global Navigation Satellite System*), disponível por pesquisadores da FCT/UNESP. A Figura 1 apresenta a configuração dessas redes.

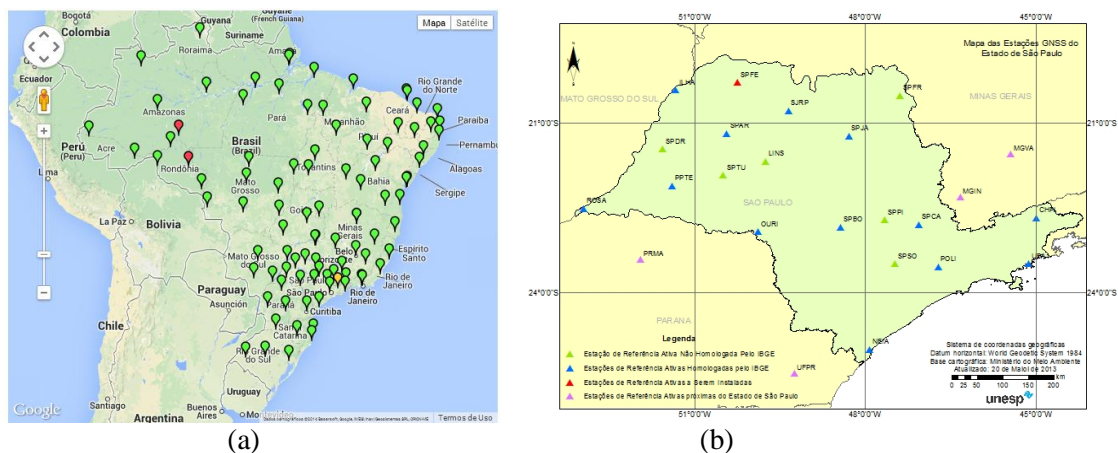


Figura 1: Rede Nacional RBMC (a) e Rede GNSS/SP (b)

Para utilizar o posicionamento que emprega dados de redes existem diversos algoritmos, um deles é o de VRS que é apresentado na próxima seção.

3.2 VRS

A idéia básica do conceito de VRS é gerar os dados de um receptor GPS nas proximidades do usuário. Com esse receptor próximo a ele este poderá realizar um posicionamento preciso. Para tanto, são utilizados os dados das redes apresentadas na seção 3.1 para gerar os dados da VRS. Na Figura 2 é ilustrado o conceito empregado na geração dos

dados da VRS. A ilustração é realizada apenas para 2 satélites, mas na prática tem-se no mínimo 5 ou 6 satélites.

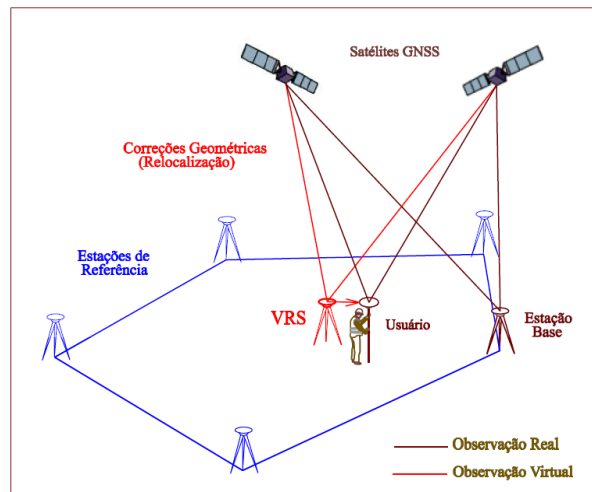


Figura 2: Conceito de Estação de Referência Virtual

Para gerar os dados de fase e pseudodistância da VRS é necessário seguir o procedimento descrito em seguida. A equação (3) representa os dados de fase gerados para o satélite s na posição da VRS. Já a equação (4) apresenta a pseudodistância.

$$\Phi_v^s = \Phi_b^s + \frac{1}{\lambda} (\Delta\rho^s + \Delta I^s + \Delta T^s), \quad (3)$$

$$PD_v^s = PD_b^s + (\Delta\rho^s + \Delta I^s + \Delta T^s), \quad (4)$$

sendo Φ_v^s a observável de fase gerada na posição da VRS para o satélite s , em ciclos, Φ_b^s a observável de fase da estação base¹ para o satélite s , em ciclos, PD_v^s a observável de pseudodistância gerada na posição da VRS para o satélite s , em metros, PD_b^s a observável de pseudodistância da estação base para o satélite s , em metros, λ o comprimento de onda, em metros, $\Delta\rho^s$ a correção geométrica para o satélite s , também conhecida como deslocamento geométrico (DG), em metros, ΔI^s a correção ionosférica para o satélite s , em metros, ΔT^s é a correção troposférica para o satélite s , em metros.

O DG é calculado a partir dos seguintes elementos [3]:

$$\rho_b^s(t_b) = \|X^s - X_b\| \quad (5)$$

$$\rho_v^s(t_v) = \|X^s - X_v\| \quad (6)$$

sendo $\rho_b^s(t_b)$ a distância geométrica entre o satélite s no tempo de transmissão do sinal e a estação base no tempo de recepção do sinal, em metros; $\rho_v^s(t_v)$ a distância geométrica entre o satélite s no tempo de transmissão do sinal e a VRS no tempo de recepção do sinal, em metros, t_b o tempo de transmissão do sinal para a estação base, em segundos, t_v o tempo de transmissão do sinal para a estação VRS, em segundos, X^s o vetor posição do satélite, em metros, X_b e X_v os vetores posição da estação base e da VRS, respectivamente, em metros;

Assim, as correções geométricas utilizadas na equação (3) são dadas por:

$$\Delta\rho^s = \rho_v^s(t_v) - \rho_b^s(t_b). \quad (7)$$

No que se refere às correções ionosféricas e troposféricas, elas são calculadas respectivamente por:

¹ A nomenclatura utilizada “estação base” está relacionada com a estação da rede mais próxima ao usuário. Não se deve confundir-la com a estação base utilizada no posicionamento relativo por exemplo.

$$\Delta I^s = I_v^s - I_b^s \quad (8)$$

$$\Delta T^s = T_v^s - T_b^s, \quad (9)$$

sendo I_v^s e I_b^s os atrasos ionosféricos do satélite s calculados respectivamente para a VRS e para a estação base, em metros, T_v^s e T_b^s os atrasos ionosféricos do satélite s calculados respectivamente para a VRS e para a estação base, em metros.

É necessário ressaltar, que como descrito na introdução, tanto para a ionosfera quanto para a troposfera é necessário utilizar um modelo matemático apropriado para estimar esses valores. Para mais detalhes de tais modelos consulte [3] ou as referências apresentadas previamente.

4. Metodologia, Resultados e Análises

Na FCT/UNESP vem sendo aprimorado um sistema computacional, denominado FCT-RTK-Net [3], que realiza o posicionamento em redes usando o conceito de VRS para observações GNSS. Esse sistema possui caráter científico e foi desenvolvido em sua totalidade por pesquisadores da FCT/UNESP, principalmente pela primeira autora desse artigo. Com o uso desse sistema foi possível gerar os dados da VRS com os modelos apresentados nas seções 2 e 3. Para tanto foram empregados dados da rede GNSS/SP (Figura 1 (b)), a estação PPTE (localizada na cidade de Presidente Prudente-SP) foi utilizada como base no posicionamento em rede. Esses dados foram empregados visando utilizar a melhor configuração que existe no país para realizar o posicionamento em rede. A posição aproximada da VRS gerada nos experimentos pode ser visualizada na Figura 3 (triângulo em vermelho), a distância da mesma até a PPTE é de aproximadamente 70 km. Os resultados desse processamento são apresentados a seguir.

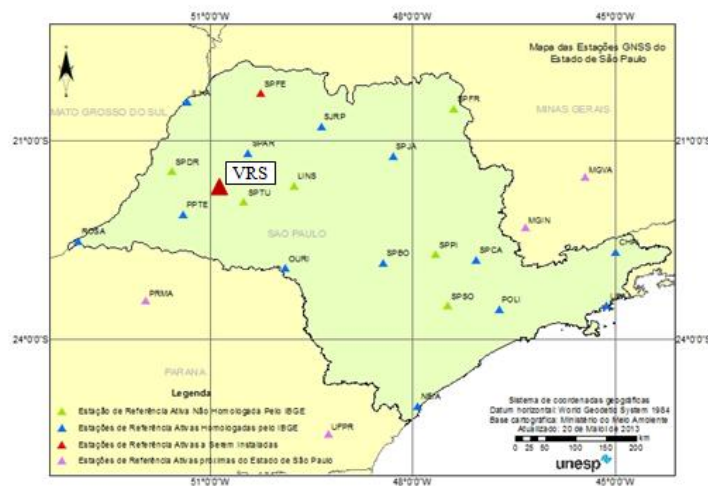


Figura 3: Posição da VRS gerada dentro da rede GNSS/SP

Foram gerados dados de VRS para 15 dias do ano de 2012, 24h de dados. Esses dias foram selecionados de forma aleatória durante o ano. Para avaliar a qualidade das VRS foi realizado o posicionamento por ponto [10] com os dados gerados. Nas análises são avaliados os EMQ 3D (Erros médios quadráticos 3D) considerando as coordenadas obtidas em relação as de referência (conhecidas). A Figura 4 apresenta os resultados.



Figura 4: EMQ 3D obtido com os dados das estações virtuais geradas para 15 dias do ano de 2012

É possível verificar na Figura 4 que o valor máximo atingido no EMQ3D é de 4,3 cm. Em média, o erro obtido é de 3,3 cm. Esse valor mostra a eficiência do método empregado para posicionamento, com erro de poucos centímetros. Uma outra análise pode ser realizado especificamente para um dia. Considere o dia 24/11/2012, a Figura 5 apresenta os resultados obtidos para esse dia época por época. É possível ver no final do processamento que o valor se estabiliza em torno de 3 cm.

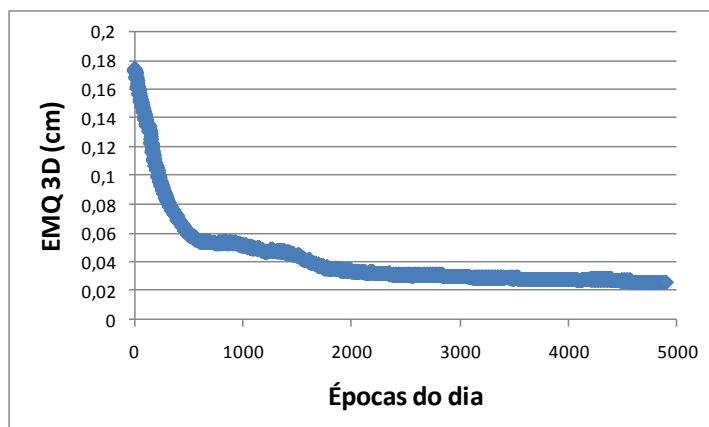


Figura 5: EMQ 3D obtido com os dados da estação virtual gerada para o dia 24/11/2012

5. Considerações Finais

As tecnologias espaciais vêm sendo cada vez mais empregadas nos mais diversos ramos de atividades. Dentre essas tecnologias algo que tem se destacado muito é o posicionamento realizado via sistema GPS. Esse tipo de posicionamento vem sendo aplicado em diversas áreas que requerem diferentes níveis de precisão.

Mas, para que a precisão centimétrica seja obtida empregando o sistema GPS é necessário realizar uma rigorosa modelagem matemática e empregar métodos de posicionamento adequados.

Nesse artigo foi detalhado o posicionamento baseado em redes empregando o conceito de estação de referência virtual. Para realizar esse método modelos matemáticos são empregados para gerar observações virtuais e então disponibilizar ao usuário para que ele determine sua posição. O método é bastante promissor e pode propiciar erro de poucos centímetros na posição, como pôde ser observado nos resultados.

Agradecimentos

À FAPESP pelo projeto Regular da primeira autora (processo 2012/19906-7). Ao CNPq pela bolsa de produtividade em pesquisa para a primeira autora e ao projeto Universal (processo 470112/2012-3).

Referências

- [1] C. R. Aguiar, Grade Ionosférica para Aplicações em Posicionamento e Navegação com GNSS. 2010. 258f. Tese (Doutorado em Ciências Cartográficas) – Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.
- [2] D. B. M. Alves; J. F. G. Monico, GPS/VRS positioning using atmospheric modeling. GPS Solutions (Heidelberg), v.15, p. 253-261, 2011.
- [3] D. B. M. Alves, Posicionamento Baseado em redes GPS utilizando o conceito de estação virtual, 2008. Tese (Doutorado em Ciências Cartográficas) – Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.
- [4] D. B. M. Alves, Método dos Mínimos Quadrados com Penalidades: Aplicação no posicionamento relativo GPS. 2004. 133f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.
- [5] P. O. Camargo, Modelo Regional da Ionosfera para Uso em Posicionamento com Receptores GPS de Uma Frequência. 1999. 191f. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- [6] O. L. Colombo; M. H. Pajares; J. M. Juan; J. Sanz, Wide-Area, Carrier-Phase Ambiguity Resolution Using a Tomographic Model of the Ionosphere. Navigation. v. 49, n.1, p.61-69, 2002.
- [7] Y. Gao; Z. Z. Liu, Precise Ionosphere Modeling Using Regional GPS Network Data. Journal of Global Positioning Systems, v.1, n.1, p.18-24, 2002.
- [8] T. A. F. Gouveia, Modelagem neutrosférica sobre a América do Sul baseada em PNT e assimilação de dados locais e robusta avaliação utilizando observações GNSS. 2013. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.
- [9] P. J. Green; B. W. Silverman, Nonparametric Regression and Generalized Linear Models: a roughness penalty approach. 1.ed. London: Chapman & Hall, 1994. 182p.
- [10] J. F. G. Monico, 2008. Posicionamento pelo GNSS: Descrição, Fundamentos e Aplicações. 2.ed. São Paulo: UNESP. 476p.
- [11] G. Seeber, Satellite Geodesy: Foundations, Methods, and Applications. Berlin, New York: Walter de Gruyter, 2003.
- [12] G. Strang; K. Borre, Linear Algebra, Geodesy, and GPS. 1997, 624p.