

O Ajuste de Curvas Contextualizado na Pandemia de Covid-19 na Cidade de Eunápolis - BA

Jéssica S. F. Novaes¹

Colégio Anísio Teixeira, Eunápolis, BA

Karina K. Sartori² Mirela V. de Mello³

UESC, Ilhéus, BA

Resumo. O presente trabalho propõe a introdução do método dos mínimos quadrados – uma técnica tradicionalmente utilizada em cursos de nível superior – aos alunos do ensino médio, com o intuito de aproximá-los da prática matemática por meio de aplicações reais. A atividade descrita baseia-se na modelagem de dados reais referentes ao número de casos de COVID-19 na cidade de Eunápolis-BA, utilizando, além de cálculos manuais, planilhas eletrônicas como ferramenta tecnológica. Esta abordagem, além de evidenciar a aplicabilidade de conceitos como funções e análise de dados, também dialoga com os princípios da Base Nacional Curricular Comum (BNCC), [1], estimulando o uso crítico e reflexivo das tecnologias digitais na construção do conhecimento matemático.

Palavras-chave. Mínimos Quadrados, Ajuste, Pandemia, Ensino Médio

1 Introdução

A motivação para esta proposta de atividade surge da vontade de contextualizar o ensino da matemática, aproximando os conteúdos teóricos aos desafios reais enfrentados pela sociedade.

Apesar do método dos mínimos quadrados não constar no currículo tradicional do ensino médio, por ser uma ferramenta da matemática avançada, sua aplicação de forma simplificada possibilita aos alunos do ensino médio compreender a importância da modelagem matemática em problemas práticos. Vale ressaltar que esse método foi um importante instrumento matemático utilizado para o enfrentamento à Covid-19.

O presente trabalho adapta os conceitos fundamentais dessa técnica para o nível do ensino médio, enfatizando a importância do raciocínio lógico, da interpretação de gráficos e da utilização de tecnologias, como as planilhas eletrônicas, para o processamento e visualização de dados. Ele foi inspirado pela dissertação de mestrado “O ajuste de curvas através do método dos mínimos quadrados: uma contextualização da matemática na pandemia de COVID-19”, [2], fruto da pesquisa realizada durante o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, PROFMAT, sob a orientação da Profa. Dra. Karina K. Sartori e coorientação da Profa. Dra. Mirela V. de Mello, cursado na Universidade Estadual de Santa Cruz, UESC.

A atividade, que será descrita no decorrer do texto, foi estruturada em quatro etapas de acontecimentos: atividade diagnóstica; aula de revisão dos conceitos pertinentes à função afim, baseada na análise do resultado da atividade anterior; aula sobre mínimos quadrados e ajuste de curvas; e por fim, a utilização das planilhas eletrônicas para geração das curvas.

¹jessica_scheidegger@hotmail.com

²kksartori@uesc.br

³mvmello@uesc.br

2 A Contextualização no Aprendizado

Um dos objetivos da área do conhecimento de Matemática e suas Tecnologias, segundo a BNCC, é consolidar, ampliar e aprofundar as aprendizagens adquiridas no ensino fundamental para que os estudantes construam uma visão mais integrada da Matemática na perspectiva de sua aplicação à realidade em diferentes contextos. O texto aponta que

[...] é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio – impactados de diferentes maneiras pelos avanços tecnológicos, pelas exigências do mercado de trabalho, pelos projetos de bem viver dos seus povos, pela potencialidade das mídias sociais, entre outros. Nesse contexto, destaca-se ainda a importância do recurso a tecnologias digitais e aplicativos tanto para a investigação matemática como para dar continuidade ao desenvolvimento do pensamento computacional, iniciado na etapa anterior. (BRASIL, 2019, p.528)

Assim, entendemos que a vivência do estudante deve ser um dos alicerces para promover o desenvolvimento das aprendizagem matemática. Nesse sentido, é perceptível a importância de atribuir contextos que estimulem a reflexão e abstração permitindo aos estudantes formular e resolver problemas com mais autonomia utilizando recursos matemáticos.

De acordo com Vieira (2020), em uma matéria para o jornal da USP (Universidade de São Paulo), [3], a matemática foi uma forte aliada no enfrentamento da Covid-19 e tem sido aplicada com sucesso para quantificar as diferentes características e níveis da doença para modelar o processo de disseminação do vírus.

Dessa forma, como previsto pela BNCC, aspiramos que os discentes desenvolvam habilidades de interpretar informações veiculadas pela mídia, como gráficos e tendências, contribuindo para uma postura crítica diante de dados apresentados em seu cotidiano. Em especial, esperamos que eles sejam capazes de interpretar criticamente o cenário da pandemia de Covid-19 ao utilizar dados reais que foram relatados pelos órgãos de saúde. Vale ressaltar que os dados utilizados nessa proposta foram coletados pelo projeto de extensão denominado “Divulgação da evolução da Covid-19 em cidades baianas”, coordenado pelos professores Dra. Mirela Vanina de Mello e Ms. André Malvezzi da UESC.

3 Proposta de Atividade

Nas seções a seguir, descreveremos as etapas para a atividade proposta.

3.1 Atividade Diagnóstica

O primeiro momento é reservado à aplicação de uma avaliação de sondagem. Uma proposta dessa avaliação pode ser encontrada no Apêndice A de [2]. O intuito desta avaliação é retomar o conhecimento sobre função afim buscando diagnosticar o nível de domínio quanto aos assuntos que serão trabalhados, considerados como pré-requisitos. Dessa forma, será possível mapear os pontos de dificuldade que devem ser retomados na etapa seguinte. Na Figura 1 ilustramos uma das questões dessa atividade.

4. O esboço da função $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x) = -5x + 4$ é:
(Objetivo: esboçar o gráfico de uma função afim).

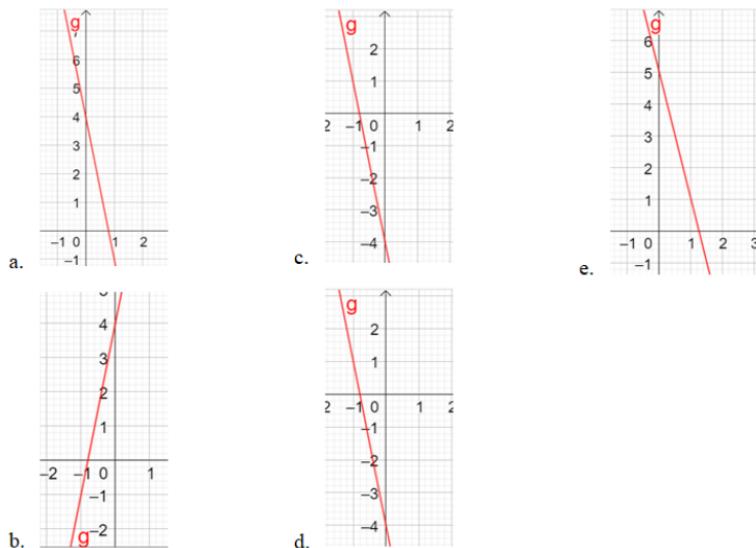


Figura 1: Questão 4 da Atividade Diagnóstica. Fonte: a própria autora.

3.2 Aula de Revisão de Função Afim

Baseado no resultado da atividade diagnóstica, nesta etapa, propomos uma aula de revisão sobre função afim, sanando as dificuldades, para um melhor aproveitamento para as etapas seguintes.

3.3 Método dos Mínimos Quadrados para o Ensino Médio

O Método dos Mínimos Quadrados utiliza conceitos avançados, como produto escalar, que não fazem parte das habilidades previstas na BNCC para o ensino médio. Para contornar este problema e alcançar o público alvo, trabalhamos com uma forma simplificada do Método, que consiste em aproximar o conjunto de dados $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, pela reta representada pela função $f(x) = ax + b$. Sendo assim, para determinar os coeficientes a e b da reta buscada, resolvemos o sistema linear de duas equações e duas incógnitas:

$$\begin{cases} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) a + nb = \sum_{i=1}^n y_i \\ \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) a + \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) b = \sum_{i=1}^n x_i y_i \end{cases} \quad (1)$$

Assim, obtemos a reta que melhor aproxima os pontos $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, no sentido dos Mínimos Quadrados, isto é, de forma que a soma dos desvios ao quadrado

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2 \quad (2)$$

seja o menor possível.

Vamos aplicar essa forma simplificada do Método no problema a seguir.

3.3.1 Problema Motivador

Vamos considerar o seguinte problema motivador: a Tabela 1 mostra o número de casos confirmados de Covid-19 nas quatro primeiras semanas de registro na cidade de Eunápolis (começados em 15 de abril de 2020):

Tabela 1: Casos confirmados na cidade de Eunápolis.

Semana	Número de casos confirmados
1	14
2	18
3	25
4	36

Assim, pensando no plano cartesiano, vamos atribuir o número da semana aos valores da abscissa e ao número de casos confirmados os valores da ordenada. Dessa forma, teremos os pares ordenados: (1, 14), (2, 18), (3, 25), (4, 36). Na Figura 2, apresentamos o diagrama de dispersão.



Figura 2: Diagrama de Dispersão. Fonte: a própria autora.

Surge a primeira pergunta: será que existe uma reta que passe exatamente por todos os pontos? E a resposta esperada é que os estudantes reconheçam que não existe tal reta, mas que existe uma reta que seja uma boa aproximação para esses pontos. Para isso, iremos determinar uma reta que tenha a menor distância possível dos pontos no sentido dos mínimos quadrados, isto é, iremos resolver o sistema apresentado em (1). Neste sistema temos:

- $n = 4$, quantidade de dados;
- x_i representando o número de cada semana: $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$ e $x_4 = 4$;
- y_i representando o número de casos em cada semana x_i : $y_1 = 14, y_2 = 18, y_3 = 25$ e $y_4 = 36$;
- O símbolo $\sum_{i=1}^n x_i$ representando a soma de todos os x_i (de forma análoga para todos os outros somatórios);

Assim, calculando separadamente cada somatório temos:

$$\sum_{i=1}^4 x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 + 2 + 3 + 4 = 10, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^4 y_i = y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 14 + 18 + 25 + 36 = 93, \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^4 x_i^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 30, \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^4 x_i y_i = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 + x_4 y_4 = 1 \cdot 14 + 2 \cdot 18 + 3 \cdot 25 + 4 \cdot 36 = 269. \quad (6)$$

Assim, substituindo no sistema (1) os valores encontrados,

$$\begin{cases} 10a + 4b = 93 \\ 30a + 10b = 269. \end{cases} \quad (7)$$

Resolvendo o sistema, encontraremos $a = 7,3$ e $b = 5$. Assim a função que melhor se ajusta aos pontos é da forma $f(x) = 7,3x + 5$ como podemos observar no gráfico Figura 3:

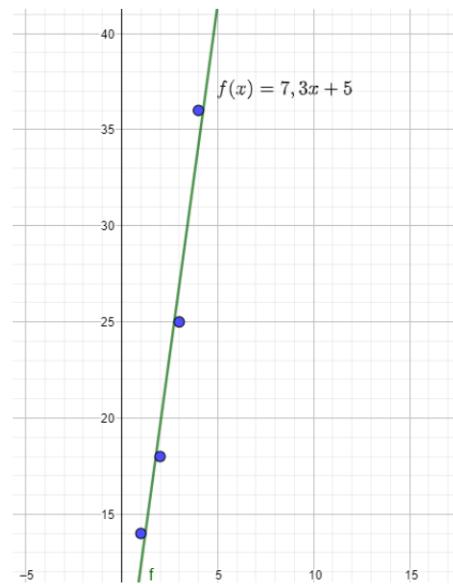


Figura 3: Reta que melhor aproxima a função, no sentido dos Mínimos Quadrados. Fonte: a própria autora.

Após toda essa explanação, os estudantes podem praticar e, por exemplo, responder a atividade encontrada no Apêndice B da dissertação [2], utilizando raciocínio semelhante, mas com questionamentos guiados induzindo conclusões sobre o método aprendido.

A proposta inicial é que, a partir do problema, os estudantes calculem manualmente (sem o auxílio de softwares) o ajuste através da expressão fornecida e reflitam sobre esse processo através dos questionamentos.

3.4 Uso das Planilhas Eletrônicas

Dependendo da disposição dos pontos no diagrama de dispersão, ou se houver uma quantidade muito grande de dados, a forma simplificada e manual do método torna-se ineficiente e os cálculos tornam-se impraticáveis de serem realizados. Este é o momento ampliar a discussão e de explorar com os estudantes o uso de planilhas eletrônicas.

Considerando agora um conjunto maior de dados, a atividade guiada (Apêndice C de [2]) faz uso da ferramenta "Linha de tendência" de uma planilha eletrônica para encontrar a reta desejada, como exemplificado na Figura 4:

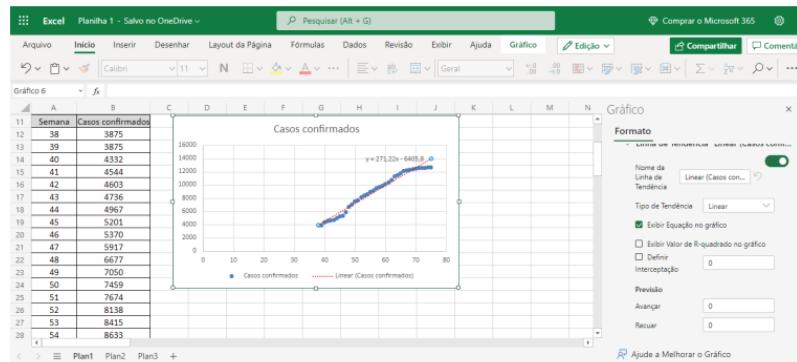


Figura 4: Aproximação dos Pontos por uma Reta. Fonte: a própria autora.

Reflexão proposta para esse exemplo: É possível perceber entre as semanas 60 e 80 que os pontos apresentam não mais um aparente crescimento linear. Será que outro tipo de curva se ajustaria melhor?

Munidos das instruções necessárias presentes na Atividade Guiada (Apêndice C de [2]) e dessa reflexão, os alunos investigarão o ajuste também para outros tipos de curvas ampliando o estudo em nível de curiosidade (cientes de que os alunos já estudaram funções quadráticas e exponenciais). Na Figura 5 trazemos um dos exemplos a ser trabalhado.

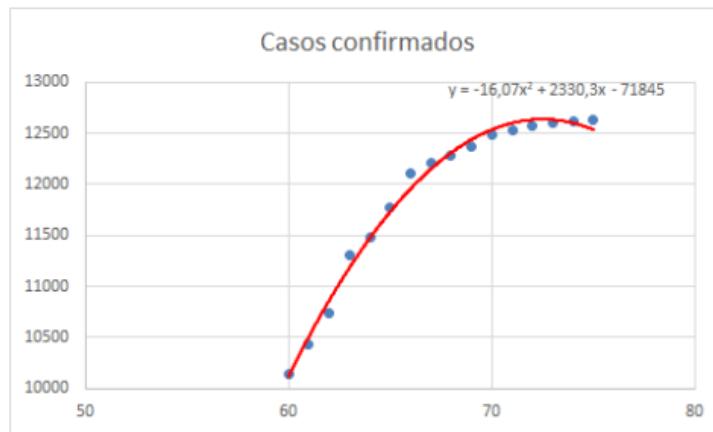


Figura 5: Exemplo de aproximação obtida nessa última etapa. Fonte: a própria autora.

Embora não abordado no Apêndice C de [2], um outro tópico que pode ser explorado é a previsão de dados futuros, conhecendo a função de aproximação.

4 Considerações Finais

Através dessa proposta de atividade, buscamos apresentar aos alunos uma ferramenta poderosa da Matemática Avançada, de maneira simplificada, de fácil manipulação e entendimento, que foi utilizada pelos matemáticos para prever a evolução da Covid-19 e assim auxiliou aos governantes nas tomadas de decisão. Nesse sentido, reconhecemos o papel da matemática na realidade de examinar a dinâmica da pandemia e mostramos aos estudantes que o conhecimento matemático permite avaliar a situação com bom senso e clareza, com discernimento e rigor científico.

Vale mencionar que a atividade proposta foi contextualizada na pandemia da Covid-19, mas pode ser facilmente adaptada para outras situações.

Agradecimentos

O presente trabalho foi apresentado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001 e da Universidade Estadual de Santa Cruz, UESC - BA.

Referências

- [1] Brasil. **Base Nacional Comum Curricular**. Online. Acessado em 30/10/2021, <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\EI\EF\110518\versaofinal\site.pdf>. Brasília: BNCC, 2019.
- [2] J. S. F. Novaes. “O ajuste de curvas através do método dos mínimos quadrados: uma contextualização da matemática na pandemia de Covid-19”. Dissertação de mestrado. UESC, 2022.
- [3] R. Vieira. “Equação de vida: como a matemática modela a pandemia?” Em: **Jornal da USP**. Acessoria de comunicação do Centro de Ciências Matemáticas Aplicadas à Indústria., 2020. ISSN:2525-6009.