

Prospecções do Potencial Térmico do Solo em Rivera: Ajuste de Modelos Trigonométricos e Polinomiais

Geilson A. Soares¹, Leticia B. D. Soares², Roney M. Jr. Meirelles³, Jairo V. A. Ramalho⁴,

UFPEL/IFM, Pelotas, RS, Brasil

Honório J. Fernando⁵,

UFF/ICEEx, Volta Redonda, RJ, Brasil

Pamela G. B. Pereira⁶, Nibia R. N. Pastor⁷, Marcos R. B. Oliveira⁸, Wilmar A. P. Castiblanco⁹, Cindy J. O. Gamba¹⁰

UTECH, Rivera, Uruguai

Resumo. Este trabalho apresenta uma análise do potencial térmico do solo na região de Rivera, Uruguai, com base em dados de temperatura do ar na superfície e do solo a 2 metros de profundidade, coletados entre julho de 2023 e abril de 2024. A modelagem matemática foi realizada utilizando ajustes trigonométricos e polinomiais para avaliar a eficácia desses modelos na representação das variações térmicas sazonais. O potencial térmico, definido como a diferença entre a temperatura do solo e do ar, foi calculado ao longo do ano. Os resultados indicam que ajustes trigonométricos representam melhor as variações diárias, enquanto ajustes polinomiais de grau 4 têm melhor desempenho em dias atípicos. No inverno, o potencial térmico é maior, favorecendo sistemas de aquecimento, enquanto no verão, embora menor, ainda pode ser aproveitado para resfriamento. Essas descobertas contribuem para o planejamento de soluções térmicas mais eficientes na região.

Palavras-chave. Modelagem Matemática, Potencial Térmico do Solo, Ajuste de Curvas, Energia Geotérmica Superficial

1 Introdução

A busca por fontes de energia renováveis tem se intensificado nas últimas décadas, impulsionada pela necessidade de mitigar os impactos das mudanças climáticas e promover a sustentabilidade. Nesse contexto, a energia geotérmica superficial emerge como uma solução promissora, devido à sua abundância e capacidade de fornecer aquecimento e resfriamento de forma eficiente e sustentável [5]. Essa fonte energética é renovável e possui o potencial de suprir parte significativa das demandas energéticas de edificações, reduzindo a dependência de combustíveis fósseis e contribuindo para a transição rumo à neutralidade de carbono [8].

¹geilson.soares@ufpel.edu.br

²leticiabarros1996@yahoo.com.br

³rjmeirelles999@gmail.com

⁴jairo.ramalho@ufpel.edu.br

⁵honoriofernando@id.uff.br

⁶pamela.barboza@utec.edu.uy

⁷nibia.navarro@utec.edu.uy

⁸marcos.burlon@utec.edu.uy

⁹wilmar.pineda@utec.edu.uy

¹⁰cindy.ortiz@utec.edu.uy

Apesar dessas vantagens, a implementação eficaz de sistemas térmicos do solo enfrenta desafios, especialmente no que diz respeito à modelagem térmica. A previsão das temperaturas do ar e do solo que é útil para dimensionar o projeto de Trocadores de Calor Solo-Ar (TCSA), sistemas que utilizam a inércia térmica do solo para climatização passiva. Modelos matemáticos adequados permitem não apenas compreender o comportamento térmico do solo em diferentes condições, mas também otimizar o desempenho desses sistemas, minimizando impactos ambientais e custos operacionais [1, 3]. Nesse sentido, a estimativa do potencial térmico do solo é relevante para quantificar a capacidade de troca energética do solo.

Dante desse cenário, este estudo tem como objetivo comparar a eficácia de diferentes modelos matemáticos na representação de dados experimentais de temperatura do solo e do ar na cidade de Rivera, Uruguai, associando-os à avaliação do potencial térmico do solo no local. Em particular, serão analisados modelos baseados em funções polinomiais e trigonométricas, visando identificar qual abordagem proporciona maior precisão na modelagem geotérmica superficial. Os dados analisados foram obtidos por meio de uma parceria com a Universidad Tecnológica del Uruguay (UTECH) de Rivera, que mantém um sistema de monitoramento remoto local das temperaturas do solo [6].

A escolha por essa região deve-se ao seu elevado potencial térmico, conforme demonstrado por estudos recentes [8], tornando a pesquisa relevante tanto para a comunidade científica quanto para aplicações práticas no setor energético. A integração entre modelagem geotérmica superficial e estimativa de potencial do solo ao longo do ano permitirá uma avaliação da viabilidade operacional dos TCSA na localidade. Espera-se que os resultados obtidos contribuam para o avanço do conhecimento na área, fornecendo subsídios para o desenvolvimento de estratégias mais eficientes de climatização sustentável.

2 Metodologia

Este estudo tem como objetivo comparar diferentes métodos de modelagem matemática para a representação das variações térmicas diárias do ar e estimar o potencial térmico do solo na cidade de Rivera, Uruguai. Para isso, utilizou-se uma abordagem baseada na análise de dados experimentais coletados ao longo de dez meses, combinada com técnicas de interpolação polinomial e ajuste de curvas trigonométricas.

Os dados experimentais utilizados neste estudo foram obtidos em parceria com a Universidad Tecnológica del Uruguay (UTECH), por meio de um sistema de monitoramento contínuo das temperaturas do solo e do ar. O período de coleta compreende de julho de 2023 a abril de 2024, e os sensores foram instalados em diferentes profundidades do solo, permitindo a análise da distribuição térmica ao longo do tempo. A partir desses dados, foi possível calcular o potencial térmico do solo, definido como a diferença entre a temperatura do solo (T_{solo}) e a temperatura da superfície ($T_{\text{superfície}}$), ou seja:

$$\text{Potencial} = T_{\text{solo}} - T_{\text{superfície}}. \quad (1)$$

As medições de temperatura foram feitas por conjuntos de sensores instalados a diferentes profundidades. Em particular, este trabalho foca em uma amostra da pesquisa, relativa a três dispositivos enterrados a 2 metros de profundidade e um na superfície. O uso de múltiplos dispositivos teve o objetivo de garantir redundância e confiabilidade nos dados. A base de dados, composta por 6.056 registros ao longo de dez meses, passou por pré-tratamento para remover valores nulos e inconsistentes, garantindo a qualidade das previsões. Foram calculadas médias horárias das medições e comparados os valores registrados. Quando a diferença entre os dispositivos não ultrapassava 1°C , a média de todos os três era calculada. Se um dos dispositivos apresentava um valor discrepante, a média era calculada com base em dois. Quando os três apresentavam valores

díspares, a medição era considerada inválida. A partir dessas informações, construiu-se um banco de dados detalhado para a modelagem matemática das variações térmicas do solo [6, 8].

A modelagem matemática das temperaturas do ar foi conduzida utilizando dois métodos principais:

- **Ajuste polinomial:** técnica que permite representar os dados coletados por meio de polinômios de graus n (Equação (2)) ajustados diretamente sobre os pontos experimentais:

$$p_n(t) = a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n. \quad (2)$$

- **Ajuste trigonométrico:** método que utiliza funções senoidais (Equação (3)) para representar as oscilações periódicas da temperatura ao longo do tempo [4]:

$$p_t(t) = a_0 \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{T_0} t + a_1 \right) + a_2, \quad (3)$$

onde T_0 é o período, t é o tempo e a_0, \dots, a_n são coeficientes reais à determinar.

Para determinar os coeficientes das funções ajustadas, utilizou-se o método dos mínimos quadrados, que minimiza a soma dos erros quadráticos entre os valores observados e os preditos pelo modelo. A função objetivo é dada por:

$$\operatorname{Error}^2 = \sum_{i=1}^n [p(t_i) - T_i]^2, \quad (4)$$

onde T_i são os valores reais, $p(t_i)$ são os valores estimados e n é o número de observações. Esse método é amplamente utilizado em ajustes de curvas [2, 4].

No caso de ajuste trigonométrico, a minimização da Equação (3), conduz a um sistema não linear que é resolvido usando o Método de Newton (ver a referência [4] para mais detalhes).

A avaliação dos modelos foi realizada utilizando métricas estatísticas, incluindo o erro quadrático médio (MSE, do inglês *Mean Squared Error*), definido como:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (T_{\text{real},i} - T_{\text{modelada},i})^2, \quad (5)$$

onde $T_{\text{real},i}$ são os valores experimentais e $T_{\text{modelada},i}$ são os valores estimados pelos modelos.

Também foi analisada a correlação de Pearson, que mede o grau de relacionamento linear entre as variáveis. Valores próximos de 1 indicam forte correlação positiva, enquanto valores próximos de -1 indicam forte correlação negativa e quando 0 sem relação linear entre as variáveis. A correlação é calculada por:

$$\rho = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (6)$$

onde x_i e y_i são os valores das variáveis, e \bar{x} e \bar{y} são suas médias.

Os cálculos e análises foram realizados utilizando a linguagem de programação Python, por meio das bibliotecas NumPy e SciPy para cálculos matemáticos e estatísticos. E Matplotlib para geração de gráficos e visualização dos dados. Essas ferramentas foram utilizadas para processar os dados coletados, aplicar os modelos matemáticos e comparar os resultados obtidos [7].

3 Resultados

Os resultados da modelagem matemática das temperaturas da superfície e do solo a 2 metros de profundidade, no período de julho/2023 a abril/2024, foram analisados com base em dados coletados em meses e dias específicos. Logo, este estudo foca em períodos de 24 horas (T_0). Para garantir uma amostragem representativa, o dia 20 foi sorteado aleatoriamente entre 1 e 30 para coleta. Os meses escolhidos para apresentação dos resultados foram julho, dezembro e abril, representando, respectivamente, o inverno, o verão e o outono na região estudada. As medições do potencial térmico do solo, calculado como a diferença entre a temperatura do solo a 2 metros e a temperatura da superfície, foram realizadas nos mesmos meses e dias, garantindo consistência e minimizando viés de seleção.

Os resultados do dia 20/07/2023, o modelo trigonométrico $p_4(t) = -4,8 \operatorname{sen}(\frac{\pi}{12}t - 12,02) + 12,07$ obteve o menor erro quadrático médio (MSE = 0,80) e maior correlação ($\rho = 0,97$), superando os modelos polinomiais de terceiro e quarto graus, que tiveram MSE de 1,40 e 0,82, respectivamente. A Figura 1 mostra o potencial térmico, com valores máximos de 11,03 °C (aquecimento).

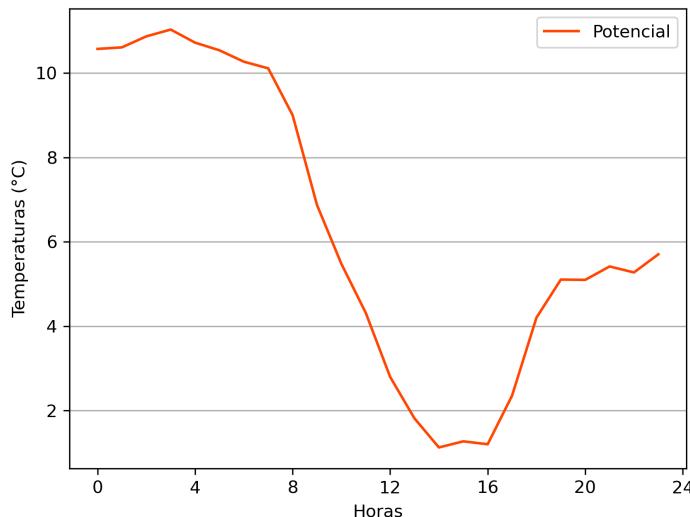


Figura 1: Potencial térmico 20/07/2023. Fonte: do autor.

No dia 20/12/2023 os resultados mostram que o modelo polinomial de quarto grau $p_4(t) = 19,11 - 1,28x + 0,29x^2 - 0,02x^3 + 0,01x^4$ obteve o menor erro quadrático médio (MSE = 0,16) e a maior correlação ($\rho = 0,98$), superando os modelos trigonométrico e polinomial de terceiro grau, que tiveram MSE de 0,69 e 0,42, respectivamente. Na Figura 2 mostra o potencial térmico, com valores máximos de 4,8 °C (aquecimento) durante a madrugada e um potencial de resfriamento de -0,7 °C próximo ao meio-dia. Esse foi um dia atípico onde as temperaturas se mantiveram quase contantes, durante longos períodos.

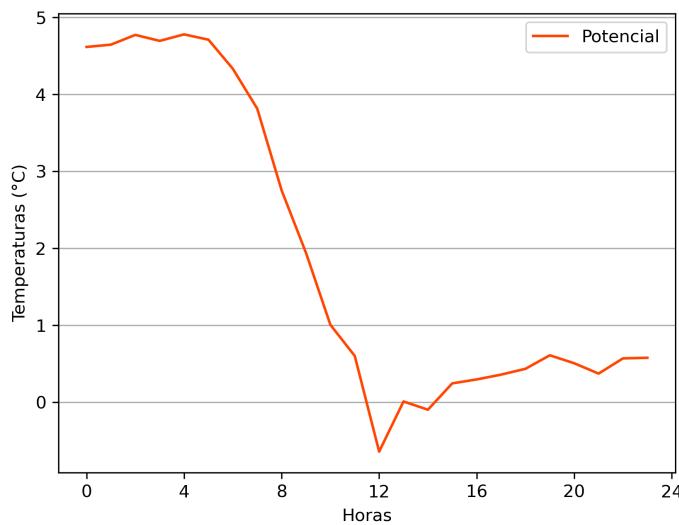


Figura 2: Potencial térmico 20/12/2023. Fonte: do autor.

E nos resultados do dia 20/04/2024, o modelo trigonométrico $p_t(t) = 4,9 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{12}t - 14,91\right) + 15,43$ obteve o menor erro quadrático médio ($\text{MSE} = 1,24$) e maior correlação ($\rho = 0,95$), superando os modelos polinomiais ($\text{MSE} = 1,42$ e $1,37$). A Figura 3 mostra o potencial térmico, com valores máximos de $9,3^{\circ}\text{C}$ (aquecimento).

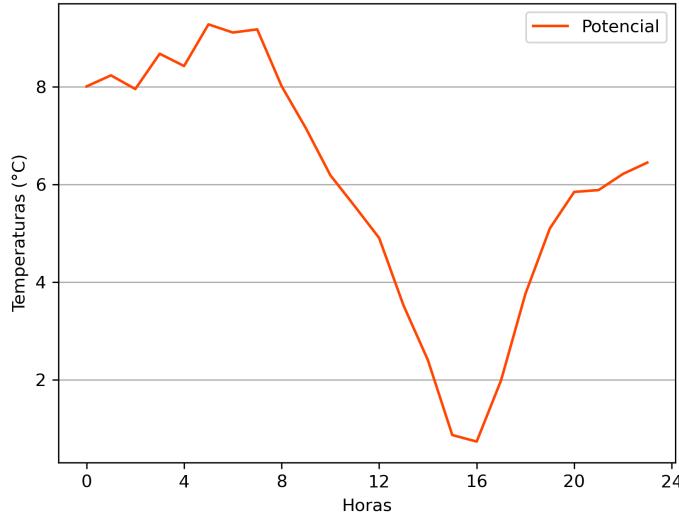


Figura 3: Potencial térmico 20/12/2023. Fonte: do autor.

Em resumo, foi observado um potencial térmico da ordem de 11°C para aquecimento e -1°C

para resfriamento, indicando que o solo mantém uma temperatura mais alta que a superfície. No verão (dezembro), o potencial térmico foi da ordem de $5^{\circ}C$ para aquecimento e $0,6^{\circ}C$ para resfriamento. No outono (abril), observou-se novamente um potencial térmico da ordem de $10^{\circ}C$ para aquecimento e $-0,8^{\circ}C$ para resfriamento, indicando que o solo começa a armazenar calor novamente, mostrando um resultado próximo ao do mês de Julho.

4 Considerações Finais

Considerando os resultados obtidos, a modelagem matemática das temperaturas da superfície e do solo a 2 metros de profundidade revelou variações sazonais claras no potencial térmico do solo entre julho de 2023 e abril de 2024. O cálculo do potencial térmico, definido pela diferença entre a temperatura do solo e a da superfície, indicou um desempenho superior no inverno, com valores máximos de $10^{\circ}C$ para aquecimento e $-1^{\circ}C$ para resfriamento no dia 20 de julho de 2023. Em dezembro, os valores de potencial térmico foram menores, com $5^{\circ}C$ para aquecimento e $-0,6^{\circ}C$ para resfriamento. Já no outono (abril), o potencial térmico foi de $9,3^{\circ}C$ para aquecimento e $0,8^{\circ}C$ para resfriamento.

Os modelos matemáticos aplicados para estimar as variações de temperatura apresentaram desempenhos variados: o modelo trigonométrico foi o mais eficaz em julho ($MSE = 0,80, \rho = 0,97$), enquanto o modelo polinomial de quarto grau se destacou em dezembro ($MSE = 0,16, \rho = 0,98$). Para abril, o modelo trigonométrico novamente obteve o melhor desempenho ($MSE = 1,24, \rho = 0,95$). Esses resultados destacam as capacidades do solo para suportar sistemas térmicos de aquecimento e resfriamento ao longo do ano, com maior eficiência no inverno.

Essas variações sazonais no potencial térmico do solo reforçam a viabilidade de sistemas de troca de calor solo-ar (TCSA) como solução eficiente para o controle térmico de edificações em Rivera.

Agradecimentos

Geilson Soares agradece à Capes por sua bolsa de mestrado. Letícia Soares agradece a UFPel por sua bolsa de iniciacão científica. Roney Meirelles agradece a bolsa da Petrobras (LEMI-Petrobras). Jairo Ramalho agradece a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul (FAPERGS) pela concessão de apoio financeiro via EDITAL FAPERGS 09/2023, PROGRAMA PESQUISADOR GAÚCHO – PqG, termo de outorga 24/2551-0001485-3. Todos os autores agradecem o apoio da UTEC de Rivera pelo apoio a construção do experimento.

Referências

- [1] R. S. Brum. “Teoria construtal e desempenho térmico de trocadores de calor solo-ar”. Tese de doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), 2016.
- [2] R. S. Brum, J. V. A. Ramalho, L. A. O. Rocha, L. A. Isoldi e E. D. Santos. “A Matlab code to fit periodic data”. Em: **Revista Brasileira de Computação Aplicada** 7 (2015), pp. 16–25. DOI: 10.5335/rbca.2015.4618.
- [3] A. M. B. Domingues, E. S. B. Nóbrega, J. V. A. Ramalho, R. S. Brum e R. S. Quadros. “Parameter analysis of Earth-air heat exchangers over multi-layered soils in South Brazil”. Em: **Geothermics** 93 (2021), pp. 1–14. DOI: 10.1016/j.geothermics.2021.102074.

- [4] A. S. Geilson, A. M. B. Domingues, J. V. A. Ramalho e H. J. Fernando. “Um Código em Python para Ajuste de Dados Periódicos de Temperatura do Solo”. Em: **Anais do XI ERMAC-RS: Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional do Rio Grande do Sul**. Pelotas, RS, Brasil: Universidade Federal de Pelotas (UFPel), 2023.
- [5] Z. Liu, M. Xie, Y. Zhou, Y. He, L. Zhang, G. Zhang e D. Chen. “A state-of-the-art review on shallow geothermal ventilation systems with thermal performance enhancement system classifications, advanced technologies, and applications”. Em: **Energy and Built Environment** 4.2 (2023), pp. 148–168. doi: [10.1016/j.enbenv.2021.10.003](https://doi.org/10.1016/j.enbenv.2021.10.003).
- [6] P. G. B. Pereira. “Implementación de un Sistema de Monitoreo IoT para Caracterizar el Perfil Térmico del Suelo”. Monografía de Grado. Rivera, Uruguay: Universidad Tecnológica del Uruguay (UTECH), 2024.
- [7] J. Ramalho, H. Fernando, R. Brum, A. Domingues, N. N. Pastor e B. M.R. Olivera. “Accessing the thermal performance of Earth-air heat exchangers surrounded by galvanized structures”. Em: **Sustainable Energy Technologies and Assessments** 54 (2022), p. 102838. doi: [10.1016/j.seta.2022.102838](https://doi.org/10.1016/j.seta.2022.102838).
- [8] C. A. Rodríguez e M. S. Lafuente. “Mapa del Potencial Geotérmico de Muy Baja Temperatura del Uruguay”. Monografía de Grado. Durazno, Uruguay: Universidad Tecnológica del Uruguay (UTECH), 2022.