

Modelagem Matemática: Uma Proposta de Atividade para Trabalhar Ajuste de Curvas no Ensino Médio

Jônathas D. S. de Oliveira,¹ Welison F. da Silva,² Elisama de A. S. Oliveira³
 CEFET-MG, Belo Horizonte, MG

Resumo. A modelagem matemática desempenha um papel fundamental no Ensino Médio, ao conectar conceitos abstratos à realidade e fomentar o desenvolvimento do pensamento crítico e analítico dos estudantes. Nesse contexto, o ajuste de curvas é uma ferramenta poderosa que permite relacionar dados experimentais a funções matemáticas, favorecendo a compreensão de fenômenos reais e sua representação gráfica. Este artigo apresenta uma proposta de atividade para explorar o ajuste de curvas no Ensino Médio, utilizando um *Applet* desenvolvido no GeoGebra. A atividade foi elaborada para engajar os estudantes de forma interativa, permitindo que eles sejam protagonistas do processo de aprendizagem, enquanto desenvolvem habilidades relacionadas à análise de dados e interpretação de gráficos.

Palavras-chave. Modelagem matemática, Ajuste de Curvas, GeoGebra, Tecnologias na Educação.

1 Introdução

No contexto atual, as Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) têm desempenhado um papel central na transformação de diversas áreas da sociedade, incluindo a educação. No ensino de matemática, o uso de recursos tecnológicos, como o GeoGebra, tem se mostrado uma ferramenta eficaz para tornar as aulas mais dinâmicas e interativas, promovendo o protagonismo dos estudantes no processo de aprendizagem.

Ferramentas como o GeoGebra permitem a criação de modelos matemáticos, visualizações gráficas e soluções interativas, favorecendo a compreensão dos conceitos e o desenvolvimento de métodos próprios pelos alunos. Conforme destacam Tenório, Costa e Tenório [5], o GeoGebra integra áreas como geometria, álgebra e cálculo, promovendo uma abordagem prática e envolvente.

O GeoGebra possibilita a criação de modelos matemáticos, como gráficos, construções geométricas e resolução de equações, tornando o aprendizado mais acessível e envolvente para os estudantes. Recursos como vídeo-aulas, simuladores e plataformas de ensino online, oferecidos pelas Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs), ampliam as oportunidades de aprendizagem e incentivam a colaboração e a criatividade dos alunos. A integração do GeoGebra e de outras TICs no ensino de matemática não apenas torna as aulas mais atraentes, mas também oferece um ambiente propício para que os estudantes pesquisem, explorem, raciocinem e desenvolvam métodos próprios para lidar com situações matemáticas. Isso está alinhado à competência 5 da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) [4]:

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas ([4], p. 523).

¹jonathas.math.oliveira@gmail.com

²welison.silva@educacao.mg.gov.br

³elisamaoliveirasophia@gmail.com

Desse modo, os *Applets* são aplicativos interativos integrados às páginas da web do GeoGebra, projetados para oferecer uma visualização dinâmica e manipulativa de propriedades matemáticas. Esses recursos incentivam a investigação, o raciocínio crítico e a resolução de problemas de maneira envolvente. Nesse contexto, a BNCC reitera a importância do uso de tecnologias:

Cabe ainda destacar que o uso de tecnologias possibilita aos estudantes aprofundar sua participação ativa nesse processo de resolução de problemas. São alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e construir argumentações ([4], p. 523).

Para Bassanezi ([2], p. 16), “A Modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Esse processo envolve a tradução de situações do mundo real em termos matemáticos, sua manipulação e análise, visando resolver problemas e interpretar os resultados no contexto original. Além disso, o autor enfatiza que a Modelagem matemática não se limita a ser uma ferramenta para resolver problemas matemáticos, mas também uma metodologia pedagógica poderosa, que torna o ensino da matemática mais relevante, prático e envolvente para os alunos.

Assim, no contexto da modelagem matemática, a experimentação e o uso de recursos concretos são fundamentais para facilitar a compreensão de conceitos abstratos e conectar os conhecimentos a situações do mundo real. A integração da modelagem com as Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) potencializa a aprendizagem, promovendo o pensamento crítico e a resolução de problemas de forma mais eficaz.

Portanto, este trabalho apresenta uma proposta de atividade voltada para o ensino de ajuste linear de curvas no Ensino Médio, utilizando um *Applet* criado no GeoGebra. A atividade é proposta para ser aplicada após o estudo de funções, com o objetivo de proporcionar aos alunos uma compreensão prática e interativa dos conceitos de ajuste linear. Ao manipular parâmetros e observar os gráficos no GeoGebra, os estudantes poderão explorar como diferentes ajustes podem modelar situações reais, estimulando a reflexão crítica e a aplicação dos conhecimentos matemáticos.

A atividade apresentada neste artigo foi elaborada como resultado de uma atividade avaliativa desenvolvida na disciplina de Modelagem matemática do Mestrado Profissional em matemática em Rede Nacional (PROFMAT), ofertada no CEFET-MG durante o primeiro semestre de 2024. O objetivo da tarefa era propor uma atividade didática pronta para ser utilizada como recurso pedagógico por professores do Ensino Médio, integrando os conhecimentos adquiridos ao longo do curso, especialmente no que diz respeito ao uso de ferramentas tecnológicas e estratégias de modelagem. O primeiro autor atuou como docente responsável pela disciplina, enquanto o segundo autor foi o discente envolvido na elaboração da proposta.

2 Descrição da Atividade

Antes de iniciar a descrição detalhada da atividade proposta, é importante apresentar algumas informações que contextualizam e orientam sua aplicação. A Tabela 1 organiza esses elementos, como o público-alvo, os conteúdos abordados, os objetivos da atividade e o link da atividade, servindo como guia para os professores durante a implementação.

Tabela 1: Informações sobre a atividade proposta. Fonte: Autores.

Item	Descrição
Público-alvo	Estudantes do primeiro ano do Ensino Médio
Conteúdo abordado	Função do primeiro grau
Pré-requisitos	Operações básicas elementares, Função do primeiro grau e plano cartesiano
Objetivos	Compreender o ajuste linear a partir de pontos pré-estabelecidos
Sugestão avaliativa	Sugere-se que os alunos sejam avaliados pela participação e cumprimento das tarefas
Link da atividade	https://www.geogebra.org/m/wunwakdv

A atividade é estruturada de maneira interativa e divertida, com o objetivo de estimular o engajamento dos alunos. Na primeira etapa, são apresentados dois pontos fixos A e B , marcados em vermelho, no plano cartesiano. Os alunos devem mover dois pontos azuis, localizados sobre uma reta f , de modo que esta passe pelos dois pontos A e B . O desafio é encontrar a posição exata dos pontos azuis, fazendo com que a reta que conecta esses pontos se ajuste perfeitamente a esses pontos fornecidos, conforme ilustra a Figura 1 .

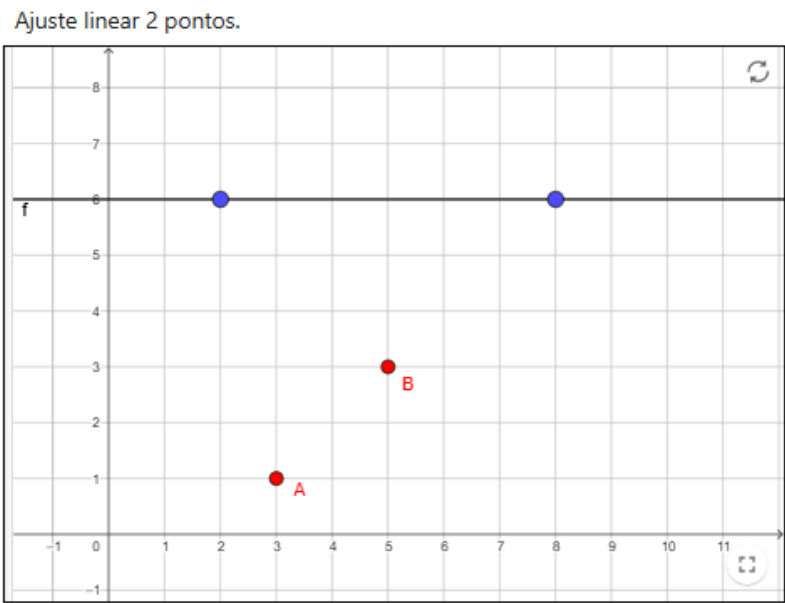


Figura 1: Ajuste linear de dois pontos. Fonte: Autores.

Após a movimentação dos pontos azuis, os alunos devem determinar a equação da reta que conecta os dois pontos A e B e a resposta deve ser colocada no próprio *Applet*. Caso os alunos tenham dúvidas, o próprio *Applet* oferece uma descrição passo a passo sobre como encontrar a equação da reta. Essa etapa permite aos alunos desenvolver a habilidade de visualizar e ajustar uma reta com base em dois pontos fixos, reforçando a compreensão dos conceitos de equações lineares.

Nas etapas seguintes, os alunos terão um desafio maior: ajustar a reta para que ela fique o mais

próxima possível de três pontos, quatro e até seis pontos. Essas etapas têm como objetivo tornar a atividade mais desafiadora, já que a quantidade de pontos a serem ajustados aumenta, exigindo mais atenção e habilidades dos alunos.

Para aumentar o engajamento e a competitividade, o docente pode propor uma competição entre os alunos, duplas ou grupos, para ver quem consegue ajustar a reta de forma mais precisa, ou seja, quem chega mais próximo da reta ideal. A métrica que será utilizada para essa comparação é o erro quadrático médio (EQM), que está definido no próprio *Applet* do GeoGebra. Essa dinâmica incorpora elementos de gamificação, que no contexto educacional é entendida como uma abordagem que utiliza elementos de estética, dinâmica e mecânica de jogos para promover a motivação, o engajamento e o aprendizado dos alunos [1].

Antes de começarem, o professor deve apresentar a definição do erro quadrático médio e orientar os alunos no cálculo desse valor, que será realizado diretamente no GeoGebra. O *Applet* oferece a funcionalidade para que os alunos possam calcular e visualizar o erro quadrático médio de forma prática. O primeiro desafio é fazer o ajuste da reta a 3 pontos dados, conforme ilustra a Figura 2.

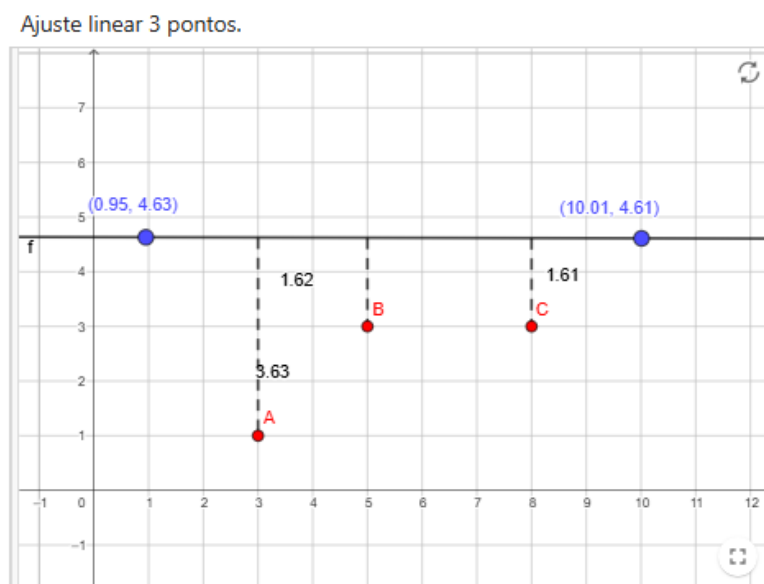


Figura 2: Ajuste linear de três pontos. Fonte: Autores.

Após ajustarem a reta de regressão para se aproximar o máximo possível dos pontos A , B e C , os alunos devem registrar os valores das coordenadas dos pontos ajustados (ou previstos) pela reta, bem como os valores observados dos pontos A , B e C na planilha integrada ao *Applet*. Esse *Applet* realiza automaticamente o cálculo do erro quadrático médio, como mostrado na Figura 3. O objetivo dessa etapa é identificar qual grupo, dupla ou aluno obteve a reta com o menor erro quadrático médio, promovendo uma competição saudável e fornecendo uma medida quantitativa da precisão do ajuste.

O processo de ajuste de reta é repetido nas etapas seguintes, com os alunos ajustando a reta que melhor aproxima quatro e seis pontos dados, de forma similar ao que foi feito inicialmente, mas agora com um grau de desafio maior devido à quantidade de pontos. Ao final de cada etapa, os alunos são incentivados a comparar os resultados obtidos entre os grupos, duplas ou alunos, para ver quem conseguiu ajustar a reta de forma mais precisa, ou seja, com o menor erro quadrático

	A	B	C
1		Distância	(Distância) ²
2		0	0
3		0	0
4		0	0
5	Erro Quadrático Médio	EQM=	0

Figura 3: Tabela para o cálculo erro quadrático médio. Fonte: Autores.

médio. A competição saudável entre os alunos visa aumentar o engajamento e a percepção de que a matemática também envolve experimentação e refinamento.

Após a experimentação prática, o próximo passo consiste em realizar o ajuste linear de forma mais formal no GeoGebra, utilizando os comandos específicos para isso. Para essa etapa, os alunos são apresentados a um problema prático, no qual deverão inserir os dados relacionados a esse problema no GeoGebra. Em seguida, são incentivados a refletir sobre qual tipo de reta se adequa melhor aos dados: crescente, decrescente ou constante. Antes de começarem, o docente apresentará um passo a passo com links clicáveis que irão orientar os alunos sobre como construir um gráfico de dispersão no GeoGebra, conforme ilustrado na Figura 4. Esse passo a passo ajudará os alunos a entender o processo de visualização dos dados.

Instruções para criar o gráfico de dispersão no GeoGebra:
 Abra o software GeoGebra em seu dispositivo. [Clique aqui.](#)

1º Clique em Planilha de Cálculos.

2º Insira os pontos correspondentes ao mês (1 a 10) no eixo x (Coluna A) e à porcentagem de acertos nos simulados no eixo y (Coluna B)

3º Utilize a função de gráfico de dispersão para representar os dados.

4º Após criar o gráfico, analise visualmente a distribuição dos pontos.

Identifique qual modelo de ajuste linear parece se adequar melhor aos dados. [Dúvidas?](#)
 Ao analisar os dados e o gráfico de dispersão, leve em consideração não apenas a tendência dos pontos, mas também a coerência com o método de estudo aplicado e o progresso esperado ao longo do tempo.

Figura 4: Instruções para o gráfico de dispersão. Fonte: Autores.

Agora é o momento em que o professor deve ser incentivado a explicar que, dado um conjunto de n pontos (x_i, y_i) , existe uma reta da forma $y = ax + b$ que melhor se ajusta a esses pontos. A ideia não é deduzir a expressão para o ajuste linear, uma vez que isso envolve métodos como os quadrados mínimos, e maiores detalhes podem ser encontrados em [3]. O foco aqui é apenas apresentar as expressões necessárias para o ajuste. Essas expressões são as seguintes:

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}, \quad (1)$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n x_i}{n}. \quad (2)$$

Após apresentar as expressões (1) e (2), o professor é incentivado a introduzir o problema ilustrado na Figura 5, estimulando os alunos a encontrar a reta que melhor se ajusta ao conjunto de dados fornecido. Os alunos deverão calcular os coeficientes a e b utilizando as expressões

definidas anteriormente, aplicando o conceito de ajuste linear para obter a reta que minimiza o erro em relação aos pontos dados.

Um agricultor está interessado em determinar a relação entre a quantidade de fertilizante aplicado em seus campos e o rendimento de suas colheitas de milho. Ele coletou dados de cinco campos diferentes, registrando a quantidade de fertilizante aplicado (em kg por hectare) e o rendimento de milho (em toneladas por hectare).
Os dados coletados são os seguintes:

Fertilizante (kg/ha)	Rendimento de Milho (ton/ha)
50	3.2
75	4.5
100	5.0
125	5.8
150	6.2

Figura 5: Instruções para o gráfico de dispersão. Fonte: Autores.

Retomando a perspectiva de [2], que define a modelagem matemática como a arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real, a atividade apresentada na Figura 5 busca aplicar esse conceito ao explorar o ajuste linear por meio de um *Applet* interativo no GeoGebra. O problema proposto consiste em analisar a situação de um agricultor que deseja compreender a relação entre a quantidade de fertilizante aplicada em seus campos e o rendimento de suas colheitas de milho. Para isso, são fornecidos dados de cinco áreas diferentes, indicando a quantidade de fertilizante utilizada (em kg por hectare) e o rendimento obtido (em toneladas por hectare). A atividade propõe que os estudantes utilizem o *Applet* desenvolvido no GeoGebra para realizar o ajuste linear desses dados, permitindo uma investigação interativa sobre como a reta de regressão pode ser utilizada para modelar relações entre variáveis em contextos reais.

3 Considerações Finais

A atividade proposta foi desenvolvida como uma ferramenta pedagógica voltada para o ensino de ajuste linear no Ensino Médio, utilizando o GeoGebra. Trata-se de uma proposta que alia tecnologia, experimentação e elementos de gamificação, com o objetivo de tornar o aprendizado mais dinâmico, envolvente e acessível. A estruturação da atividade, baseada em desafios progressivos e na interação com um *Applet* específico, busca estimular o raciocínio lógico, o pensamento crítico e a capacidade de resolver problemas de forma criativa e colaborativa.

Acredita-se que o *Applet* criado oferece um recurso valioso para o docente utilizar modelagem na Educação Básica, possibilitando a integração de tecnologia e ludicidade ao ensino. A gamificação, presente na competição entre os alunos para minimizar o erro quadrático médio, confere uma motivação adicional, enquanto o uso do GeoGebra proporciona um ambiente interativo para explorar conceitos matemáticos de maneira visual e prática. Essa iniciativa reflete a importância de integrar ferramentas digitais e metodologias inovadoras no contexto pedagógico, ampliando o repertório metodológico dos professores e enriquecendo a experiência de aprendizado dos alunos, conectando a matemática a situações reais e significativas.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao CEFET-MG e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) pelo apoio financeiro concedido por meio da Chamada FAPEMIG 16/2024, Processo PCE-00114-25.

Referências

- [1] F. Alves. **Gamification: como criar experiências de aprendizagem engajadoras**. DVS editora, 2015. ISBN: 978-85-8289-088-2.
- [2] R. C. Bassanezi. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 4a ed. São Paulo: Editora Contexto, 2002, p. 392. ISBN: 978-8572442077.
- [3] A. M. A. Bertone, R. C. Bassanezi e R. S. M. Jafelice. **Modelagem Matemática**. Guias de Estudo - Matemática EaD. Acessado em 08/04/2025. Uberlândia, MG: UFU, 2014. URL: <https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/25315>.
- [4] Brasil. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Acessado em 04/01/2024, <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. 2018.
- [5] A. Tenório, Z. S. S. Costa e T. Tenório. “Resolução de exercícios e problemas de função polinomial do 1º grau com e sem o GeoGebra”. Em: **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo** 3.2 (2014), pp. 104–119.