

Projeto Estrutural de Transformadores Baseado em Programação Geométrica

Albert da C. Araujo¹

Engenharia Física - UFMS

Rúbia M. O. Santos²

INMA/UFMS, Campo Grande, MS

Com a substituição da corrente contínua (cc) pela alternada (ca) durante os acontecimentos da Guerra das Correntes (década de 1880), a melhoria dos sistemas de distribuição de energia elétrica tornava-se cada vez mais presente. Foi devido à aplicabilidade dos transformadores que se tornou possível exercer conexões entre sistemas de diferentes tensões [3]. Contudo, ainda envoltos por mistérios, os projetos computacionais de transformadores careciam de restrições importantes, às quais, frequentemente, parâmetros essenciais eram postos como fixos. Tendo em vista esses problemas, buscou-se na Programação Geométrica (PG) uma maneira de contornar esses obstáculos, uma vez que ela permite a resolução de problemas complexos, oferecendo confiabilidade nos resultados e satisfação nas especificações que limitam a operação [2].

Cabe destacar que, as PG's consistem em problemas de otimização que são caracterizados por funções objetivas e de restrições posinomiais. Seu desenvolvimento ocorreu por volta de 1967, como uma maneira de integrar um conjunto de métodos para solucionar problemas não lineares. Os posinômios (ou polinômios generalizados) consistem numa soma de monômios, ao qual cada monômio é composto pelo produto de uma constante positiva seguido de um conjunto de n variáveis cujos expoentes são números reais [1]. Deste modo, busca-se minimizar a função objetivo sujeita às condições operacionais impostas pelas restrições.

Nesse contexto, o sucesso de um transformador se dá em seu dimensionamento, de maneira que as demandas solicitadas pela sua carga sejam atendidas. Deste modo, o modelo matemático apresentado consiste na redução da massa do núcleo e dos enrolamentos caracterizados pela equação (1), sujeito a 16 restrições organizadas da seguinte forma: a tensão induzida é abordada na equação (2); o fator de enchimento do cobre é tratado nas equações (3) e (4); o aumento da temperatura é formulado pelas inequações (5)-(8); a limitação das correntes sem carga é estabelecida nas inequações (9), (10) e (16); a regulação da tensão é modelada pelas inequações (11)-(13) e as inequações (14), (15) e (17) são relações do número de espiras. As variáveis são $c, t, h_w, b_w, N_p, N_s, N_{ls}, B$ e J que correspondem a variáveis de projeto do núcleo e dos enrolamentos, e $\bar{P}_{Cu}, \bar{P}_c, \bar{I}_m, \bar{V}_R, \bar{V}_X$, e \bar{h} que são variáveis de controle operacional do transformador. É definido que as variáveis N_s e N_p são valores inteiros, havendo a necessidade de aproximar o resultado para o valor mais próximo [2].

Com o intuito de resolver o dimensionamento otimizado do transformador, recorre-se à técnica desenvolvida e implementada por [4]. Baseada na desigualdade entre as médias ponderada e harmônica, essa abordagem possibilita expressar as condições de otimalidade como um problema de Programação Geométrica convexo e emprega o método de ponto interior dual-primal-preditor-corretor como método para sua solução. Essa técnica resolve o problema dual da PG e obtém a solução primal por meio de transformações exponenciais.

¹conceicao.albert@ufms.br

²rubia.oliveira@ufms.br

$$\text{Minimizar: } 18\,240 \cdot c \cdot t \cdot (h_w + 2 \cdot c + b_w) + 5\,376 \cdot b_w \cdot h_w \cdot (4 \cdot c + 2 \cdot t + \pi \cdot b_w) \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a: } \frac{950}{3} \cdot 2^{\frac{3}{2}} \pi \cdot N_p \cdot B \cdot c \cdot t = 1 \quad (2)$$

$$\frac{4}{0.3} \cdot N_p \cdot J^{-1} \cdot b_w^{-1} \cdot h_w^{-1} = 1 \quad (3)$$

$$85\,680 \cdot J^{-1} \cdot N_p \cdot N_s^{-1} \cdot N_{ls} \cdot h_w^{-1} = 1 \quad (4)$$

$$\frac{1}{6\,816 \cdot \sqrt[4]{15}} \cdot \bar{h}^{\frac{1}{4}} \cdot c^{-\frac{1}{2}} \cdot t^{-\frac{1}{2}} \cdot b_w^{-\frac{1}{2}} \cdot h_w^{-\frac{1}{2}} \cdot (\bar{P}_c + \bar{P}_{Cu}) \leq 1 \quad (5)$$

$$h_w \cdot \bar{h}^{-1} + 2 \cdot c \cdot \bar{h}^{-1} \leq 1 \quad (6)$$

$$34,656 \cdot 10^{6,2} \cdot B^2 \cdot c \cdot t \cdot \bar{P}_c^{-1} \cdot (h_w + 2 \cdot c + b_w) \leq 1 \quad (7)$$

$$1,808 \cdot 10^{-8} \cdot b_w \cdot h_w \cdot J^2 \cdot \bar{P}_{Cu}^{-1} \cdot (4 \cdot c + 2 \cdot t + \pi \cdot b_w) \leq 1 \quad (8)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{8\pi \cdot 10^{-4}} \cdot B \cdot N_p^{-1} \cdot \bar{I}_m^{-1} \cdot (h_w + b_w + 2 \cdot c) \leq 1 \quad (9)$$

$$156,25 \cdot \bar{I}_m^2 + \frac{156,25}{9 \cdot 10^4} \cdot \bar{P}_c^2 \leq 1 \quad (10)$$

$$\frac{14,464}{3} \cdot 10^{-8} \cdot N_p \cdot J \cdot \bar{V}_R^{-1} \cdot (4 \cdot c + 2 \cdot t + \pi \cdot b_w) \leq 1 \quad (11)$$

$$0,064 \cdot \pi^2 \cdot N_s^{-2} \cdot N_{ls}^2 \cdot N_p^2 \cdot b_w \cdot h_w^{-1} \cdot \bar{V}_X^{-1} \cdot (4 \cdot c + 2 \cdot t + \pi \cdot b_w) \leq 1 \quad (12)$$

$$0, \bar{3} \cdot \bar{V}_R + 0, \bar{3} \cdot \bar{V}_X \leq 1 \quad (13)$$

$$2 \cdot N_s^{-1} \cdot N_{ls} \leq 1 \quad (14)$$

$$0,25 \cdot N_s^{-1} \cdot N_p = 1 \quad (15)$$

$$2,5 \cdot B \leq 1 \quad (16)$$

$$N_{ls}^{-1} \leq 1 \quad (17)$$

O valor ótimo da redução da massa do núcleo e dos enrolamentos, $m_c + m_{Cu}$ (g), obtido com o método preditor-corretor proposto por [4] foi 158,29 g, com diferença de apenas 0,12% em relação ao original, havendo um aumento do valor. As variáveis de projeto e de controle operacional mantiveram-se praticamente inalteradas.

Agradecimentos

Agradecemos à UFMS por conceder a oportunidade e incentivar o cultivo da pesquisa científica.

Referências

- [1] S. Boyd et al. “A tutorial on geometric programming”. Em: **Optimization and Engineering**. Vol. 8. Springer, 2007, pp. 67–127. DOI: 10.1007/s11081-007-9001-7.
- [2] R. A. Jabr. “Application of geometric programming to transformer design”. Em: **IEEE transactions on magnetics** 11 (2005), pp. 4261–4269. DOI: 10.1109/TMAG.2005.856921.
- [3] R. G. Jordão. **Transformadores**. 5a. ed. São Paulo: Blucher, 2001. ISBN: 9788521203162.
- [4] R. Q. do Nascimento, R. M. O. Santos e N. Maculan. “A global interior point method for nonconvex geometric programming”. Em: **Optimization and Engineering**. Ed. por N. V. Sahinidis. Vol. 25. Springer, 2024, pp. 605–635. DOI: 10.1007/s11081-023-09815-x.