

# Formulações Matemáticas para o Problema de Corte de Estoque Multi-período com *Setups* Dependentes de Padrões de Corte

Eduardo M. Silva,<sup>1</sup> Antônio A. Chaves<sup>2</sup>

ICT/UNIFESP, São José dos Campos, SP

Silvio A. de Araujo<sup>3</sup>

IBILCE/UNESP, São José do Rio Preto, SP

O problema de corte de estoque multi-período (PCEMP) unidimensional consiste em resolver uma série de problemas de corte de estoque ao longo de múltiplos períodos dentro de um horizonte de planejamento finito. A operação de corte gera itens e o problema tem como objetivo atender a demanda dos itens em cada período visando otimizar uma certa função objetivo. A função objetivo, geralmente, busca minimizar uma combinação entre desperdício de material, custos de estocagem dos itens produzidos antecipadamente, custos dos objetos de estoque e custos de *setups*. Nesse contexto, a produção de itens pode ser antecipada, possibilitando a criação de novas combinações de itens. Por exemplo, um item que não possui demanda em um determinado período pode ser produzido antecipadamente se sua combinação com outros itens demandados resultar em padrões de corte atrativos para o problema. Além disso, os objetos de estoque não utilizados em um período são transportados para o período seguinte, sendo incorporados ao novo estoque disponível [8].

O PCEMP torna-se ainda mais complexo quando são consideradas restrições de *setups* dependente dos padrões de corte. Esse *setup* refere-se aos custos ou ao tempo associado à troca de um padrão de corte para outro, sendo que cada mudança exige operações específicas que dependem da configuração anterior. Para este trabalho, é considerado que no processo de corte, as facas devem ser posicionadas precisamente em uma máquina de acordo com o padrão de corte desejado. O número de inserções ou remoções de facas necessárias para a transição entre *setups* de padrões de corte depende das diferenças entre esses padrões, tornando o *setup* dependente da sequência. A literatura considerando *setups* no PCEMP para uma dimensão ainda é limitada, embora estudos recentes tenham começado a abordar esses fatores, focando nos custos de *setup* [9], tempos de *setup* [1] e tanto custos quanto tempos de *setup* dependentes da sequência [7]. Recentemente, o trabalho de [6] considerou *setups* dependentes da sequência para o problema clássico de corte de estoque (PCE) unidimensional.

A modelagem do sequenciamento dos padrões de corte torna o problema ainda mais desafiador, especialmente quando o *setup* é proporcional ao número de facas inseridas ou removidas. Cada adição ou remoção de facas implica um tempo fixo e um custo diretamente proporcional ao número total de movimentações realizadas. No trabalho de [7], duas formulações matemáticas foram propostas para esse problema: uma baseada na formulação matemática do Problema de Corte de Estoque (PCE) de [5] e outra modelagem não linear fundamentada em [10].

O objetivo deste estudo é investigar a modelagem matemática de *setups* dependentes em duas abordagens distintas. A primeira abordagem baseia-se no modelo clássico de padrões de corte

---

<sup>1</sup>machado.silva@unesp.br

<sup>2</sup>antonio.chaves@unifesp.br

<sup>3</sup>silvio.araujo@unesp.br

para o PCE, conforme proposto por [2, 3]. A segunda abordagem considera uma linearização do modelo matemático de [10], proposta por [4], a qual foi posteriormente estendida para o Problema de Corte de Estoque Multi-Período (PCEMP) em [9]. Os modelos são resolvidos pelo *solver* Gurobi em instâncias baseadas na literatura e geradas aleatoriamente, avaliando a qualidade do sequenciamento obtido pelas duas formulações.

No geral, a abordagem linearizada proporciona maior flexibilidade na modelagem do sequenciamento, enquanto o modelo baseado em padrões de corte pode ser mais eficiente para instâncias maiores. Este estudo contribui para a compreensão dos impactos do sequenciamento no PCEMP, fornecendo uma base para pesquisas futuras voltadas ao desenvolvimento de métodos híbridos de solução para instâncias de grande porte, onde modelos apresentam limitações de desempenho computacional.

## Agradecimentos

Agradeço a FAPESP (processo 23/04588-4) pelo suporte financeiro.

## Referências

- [1] P. Andrade, S. De Araujo, A. Cherri e F. Lemos. “The cutting stock problem applied to the hardening process in an automotive spring factory”. Em: **Central European Journal of Operations Research** (nov. de 2022), pp. 1–28. DOI: 10.1007/s10100-022-00826-0.
- [2] P. C. Gilmore e R. E. Gomory. “A Linear Programming Approach to the Cutting Stock Problema - Part II”. Em: **Operations Research** 11.6 (1963), pp. 863–888.
- [3] P. C. Gilmore e R. E. Gomory. “A Linear Programming Approach to the Cutting-Stock Problem”. Em: **Operations Research** 9.6 (1961), pp. 849–859.
- [4] R. E. Johnston e E. Sadinlija. “A new model for complete solutions to one-dimensional cutting stock problems”. Em: **European Journal of Operational Research** 153.3 (2004), pp. 176–183.
- [5] L. V. Kantorovich. “Mathematical Methods of Organizing and Planning Production”. Em: **Management Science** 6.4 (1960), pp. 366–422.
- [6] F. Marinelli, A. Pizzuti, W. Wu e M. Yagiura. “One-dimensional bin packing with pattern-dependent processing time”. Em: **European Journal of Operational Research** 322.3 (2025), pp. 770–782. ISSN: 0377-2217.
- [7] G. M. Melega, S. A. de Araujo, R. Jans e R. Morabito. “Formulations and exact solution approaches for a coupled bin-packing and lot-sizing problem with sequence-dependent setups”. Em: **Flex Serv Manuf J** 35 (2023), pp. 1276–1312.
- [8] K. C. Poldi e S. A. de Araujo. “Mathematical models and a heuristic method for the multiperiod one-dimensional cutting stock problem”. Em: **Annals of Operations Research** 238.1 (2016), pp. 497–520.
- [9] E. M. Silva, G. M. Melega, K. Akartunalı e S. A. de Araujo. “Formulations and theoretical analysis of the one-dimensional multi-period cutting stock problem with setup cost”. Em: **European Journal of Operational Research** 304.2 (2023), pp. 443–460. ISSN: 0377-2217.
- [10] F. Vanderbeck. “Exact Algorithm for Minimising the Number of Setups in the One-Dimensional Cutting Stock Problem”. Em: **Operations Research** 48.6 (2000), pp. 915–926.