Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 12, n. 1, 2026.

Trabalho apresentado no XLIV CNMAC, Fundação Getulio Vargas - Rio de Janeiro - RJ, 2025.

O Uso de Jogos Eletrônicos para o Ensino de Transformações Lineares no Plano e no Espaço

Lavínia D. Miorim[1] Vitor H. M. Betiatto[2] Jahina F. de A. Hattori[3]
UTFPR, Toledo, PR

O uso de jogos eletrônicos como recurso didático mostra-se uma ferramenta eficaz no ensino de disciplinas tradicionalmente consideradas abstratas — como é o caso, neste artigo, do conteúdo de transformações lineares. Ao relacionar conceitos matemáticos com elementos presentes em jogos digitais, o aprendizado pode se tornar mais acessível e envolvente. Uma estratégia promissora consiste em propor atividades em que os alunos observem comportamentos típicos dos jogos e sejam estimulados a modelá-los por meio de matrizes e transformações lineares.

Um estudo recente, realizado pela revista nacional *Exame*, demonstrou que 74,5% dos brasileiros jogam videogames com frequência. Desses jogadores, a maior parte pertence à faixa etária de 20 a 29 anos [1]. A partir dessa análise, pode-se constatar que a maioria do público acadêmico possui conhecimento sobre jogos em geral. A implementação de jogos de plataforma, por exemplo, é uma boa escolha, levando em consideração sua mecânica simples.

Entretanto, para que essa prática seja relevante, o conceito de transformações lineares deve ser compreendido previamente pela turma. Pode-se dizer que uma transformação linear T de um espaço vetorial V em um espaço vetorial W é uma função T: V $\longrightarrow$ W que satisfaz as propriedades: i) $\mathrm{T}(\mathrm{v} + \mathrm{w}) = \mathrm{T}(\mathrm{v}) + \mathrm{T}(\mathrm{w})$, para quaisquer vetores $\mathrm{v} \in \mathrm{V}$ e $\mathrm{w} \in \mathrm{W}$; ii) $\mathrm{T}(\alpha \mathrm{v}) = \alpha \mathrm{T}(\mathrm{v})$, para quaisquer escalares $\alpha \in \mathbb{R}$ e vetores $\mathrm{v} \in \mathrm{V}$; Sendo T uma função, cada vetor $\mathrm{v} \in \mathrm{V}$ possui somente um vetor imagem $\mathrm{w} \in \mathrm{W}$, indicado por $\mathrm{w} = \mathrm{T}(\mathrm{v})$ [4].

Transformações lineares são frequentemente associadas a multiplicações matriciais, e, para a implementação da álgebra nos jogos, isso é indispensável. Uma matriz A(m x n) pode determinar uma transformação linear, onde, para todo vetor $\mathrm{v} \in \mathbb{R}^n$, a imagem $\mathrm{T}_{\mathrm{A}}(\mathrm{v}) = \mathrm{Av}$ é o produto da matriz A pelo vetor v [4]. Essa representação permite que transformações realizadas em matrizes alterem coordenadas de objetos em tempo real, o que é essencial para a computação gráfica.

Uma das formas de implementação de matrizes e transformações lineares nos games consiste na projeção de imagens 3D em 2D. Um exemplo clássico é a matriz de projeção em perspectiva linear. Utilizando uma matriz de projeção em perspectiva, como a matriz $\mathrm{M}_{\mathrm{frustum}}$ (1), torna-se possível projetar uma cena tridimensional em uma superfície bidimensional. Com a matriz (1), realiza-se a manipulação dos planos esquerdo (l), direito (r), superior (t), inferior (b), próximo (n) e distante (f) do campo de visão [2].

$$M_{\mathrm{frustum}} = \begin{bmatrix} \frac{2n}{r-l} & 0 & \frac{r+l}{r-l} & 0 \\ 0 & \frac{2n}{t-b} & \frac{t+b}{t-b} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{f+n}{f-n} & -\frac{2nf}{f-n} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \tag{1}$$

A conexão entre áreas em jogos necessita de transformações lineares para realizar a movimentação de personagens pelo mapa. Na maioria dos games, cada área do mapa é definida em um

[1] lala.dimi@hotmail.com
[2] vitormattiello@gmail.com
[3] jahinaf@utfpr.edu.br

sistema de coordenadas globais. Já objetos, personagens e outros elementos possuem suas posições definidas em coordenadas locais. Para que esse sistema seja unificado e a navegação livre entre áreas locais e globais seja possível, utilizam-se transformações lineares.

Para essas transformações, empregam-se matrizes de rotação [3],

$$R(\phi) = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix}, \tag{2}$$

que podem ser usadas para rotacionar vetores no plano. Aplicando a matriz (2) a um vetor (x,y) obtém-se:

$$R(x, y) = \begin{bmatrix} x\cos(\phi) & -y\sin(\phi) \\ x\sin(\phi) & y\cos(\phi) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix},$$

o que corresponde geometricamente à rotação do ponto em torno da origem. Também utilizam-se matrizes de escala [3],

$$S(s_x, s_y) = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix},$$

que permitem a manipulação livre de escala de objetos.

Para transformar as coordenadas globais de um objeto em locais, ou vice-versa, uma combinação de todas essas transformações é utilizada. Chamando essa combinação de M, efetua-se a multiplicação de M pelas coordenadas locais do objeto para obter-se as coordenadas globais. Para obter as coordenadas locais a partir das globais, basta calcular a inversa M^{-1} e multiplicar pelas coordenadas globais.

Existem diversas aplicações de recursos didáticos em jogos eletrônicos. Neste artigo, destacamos as mais utilizadas em jogos de plataforma 2D, principalmente. Com noções básicas de Álgebra Linear e Geometria Analítica, a ideia mencionada no início do texto - referente à criação de um jogo de plataforma - pode ser colocada em prática. Por exemplo, com o uso de engines como *Unity*, *Godot* ou *GameMaker*, que contêm funções algébricas, os estudantes podem desenvolver mecânicas simples mas fundamentais. O professor pode propor desafios como: “aplique uma rotação de 90° em sentido anti-horário sobre um objeto” ou “aumente a escala de um obstáculo no eixo x”, promovendo o raciocínio matemático e a experimentação em um ambiente visualmente rico.

Mais do que apenas ilustrar aplicações da Álgebra Linear, o uso de jogos eletrônicos deve ser entendido como uma oportunidade de promover a construção ativa do conhecimento, por meio de atividades significativas que integram teoria, prática e tecnologia.

Referências

[1] Exame. **Site oficial do Congresso Nacional de Matemática Aplicada**. Online. Acessado em 12/04/2025, `https://exame.com/tecnologia/745-do-brasileiros-jogam-videogames-com-frequencia-classe-c-esta-mais-incluida-no-consumo/`.

[2] E. Lengyel. **Mathematics for 3D Game Programming and Computer Graphics**. 3a. ed. Estados Unidos da América: Cengage Learning PTR, 2011. ISBN: 9781435458864.

[3] P. Shirley, M. Ashikhmin e S. Marschner. **Fundamentals of Computer Graphics**. 3a. ed. Estados Unidos da América: A K Peters/CRC Press, 2009. ISBN: 9781568814698.

[4] A. Steinbruch e P. Winterle. **Álgebra Linear**. 2a. ed. São Paulo: Pearson, 1987. ISBN: 9780074504123.