

# A Essência Geométrica da Catedral de Brasília

Luisa M. A. Santos<sup>1</sup>, Tatiane S. Evangelista<sup>2</sup>  
 FCTE/UnB, Brasília, DF

Este estudo investiga a influência da geometria na arquitetura moderna, com foco na aplicação das propriedades dos hiperboloides nos pilares da Catedral de Brasília, projetada por Oscar Niemeyer. Em resumo, a pesquisa demonstrou que, apesar da semelhança visual, os pilares da Catedral não apresentam a forma exata de um hiperboloide de uma folha única. A metodologia incluiu a obtenção e análise de imagens capturadas por meio de fotografia terrestre e drones, permitindo uma investigação detalhada das características geométricas da estrutura. Os resultados evidenciam a relevância da interação entre arte, matemática e engenharia na concepção e construção desse marco da arquitetura moderna brasileira. Além disso, o estudo sugere novas possibilidades para pesquisas futuras sobre as formas e estruturas presentes na Catedral de Brasília.

A fotografia terrestre permitiu o registro detalhado de aspectos estruturais e perspectivas da edificação, enquanto as imagens aéreas possibilitaram a observação da Catedral sob diferentes ângulos, favorecendo a análise tridimensional da construção e de suas proporções geométricas.

A Catedral é uma estrutura autoequilibrada composta por 16 pilares dispostos aparentemente de forma circular, conforme ilustrado na Figura 1. Visualmente, sua forma lembra a superfície de um hiperboloide de uma folha, e muitos autores afirmam que o monumento representa essa geometria matemática. No entanto, para confirmar essa suposição, é necessário realizar uma série de cálculos que possam comprovar ou refutar essa hipótese.

Para analisar a geometria da Catedral, considera-se a superfície conhecida como **hiperboloide de uma folha**, definida pela seguinte equação quadrática canônica segundo [1]:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad (1)$$

onde  $a$ ,  $b$  e  $c$  são constantes reais e positivas, que determinam a forma da superfície. Essa equação descreve uma superfície do segundo grau que apresenta **seções cônicas elípticas** nos planos  $z = \text{constante}$  e **seções hiperbólicas** nos planos paralelos aos eixos  $xz$  e  $yz$ , o que caracteriza um hiperboloide de uma folha.

A hipérbole plana, por sua vez, é definida como o conjunto de pontos  $P$  do plano para os quais o **módulo da diferença das distâncias até dois focos fixos**  $F_1$  e  $F_2$  permanece constante:

$$|d(P, F_1) - d(P, F_2)| = 2a, \quad (2)$$

onde  $2a$  representa a distância entre os dois vértices  $A_1$  e  $A_2$  da hipérbole, e o ponto médio entre os focos é a origem do sistema de coordenadas. A distância entre o ponto médio e o foco é  $c$ , e entre o vértice é  $a$ , já a distância  $b$  representa o semi-eixo conjugado. Essas propriedades serão utilizadas para verificar se a geometria da Catedral corresponde a de um hiperboloide de uma folha.

<sup>1</sup>luisamel.unb@gmail.com

<sup>2</sup>tatilista@unb.br

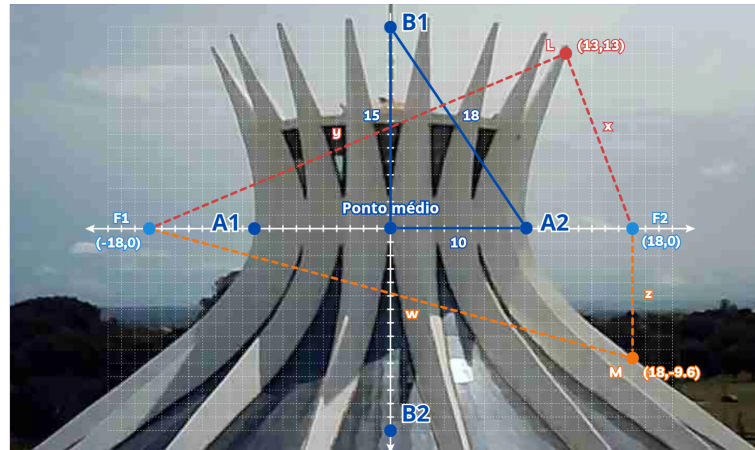


Figura 1: As coordenadas da Catedral. Fonte: Autores.

$$d^2 = (a_2 - a_1)^2 + (b_2 - b_1)^2. \quad (3)$$

Diante da foto da catedral, foi inserido um sistema de coordenadas cartesianas com a finalidade de servir de parâmetro para os cálculos a serem realizados. Com isso, já foram estabelecidas as distâncias  $a$ ,  $b$  e  $c$  de uma hipérbole, além dos pontos focos e os pontos  $L$  e  $M$  a serem testados. Utilizando a Equação (3), que determina a distância entre dois pontos no plano cartesiano  $(a_1, b_1)$  e  $(a_2, b_2)$ , é possível verificar a validade da Equação (2) para o caso da Catedral, ao se determinar os valores de  $x$ ,  $y$ ,  $z$  e  $w$ , definidos como:  $x$  a distância entre  $L$  e  $F2$ ,  $y$  a distância entre  $L$  e  $F1$ ,  $z$  a distância entre  $M$  e  $F2$ , e  $w$  a distância entre  $M$  e  $F1$ .

Considerando os valores extraídos da Figura 1, obtidos através da Equação (3), temos para o ponto  $L$ :  $x = 13,93$ ,  $y = 33,61$  e para o ponto  $M$ :  $z = 9,60$ ,  $w = 37,26$ .

Aplicando os valores na Equação (2), obtemos, respectivamente, para  $L$  e  $M$ :

1.  $|y - x| = |33,61 - 13,93| = 19,68$ ;
2.  $|w - z| = |37,26 - 9,60| = 27,66$ .

Embora o valor obtido para o ponto  $L$  se aproxime de 20 — o valor esperado para  $2a$  — o ponto  $M$  apresenta uma diferença de aproximadamente 7,66, o que representa uma discrepância significativa.

Portanto, a partir da análise das imagens de drone e cálculos de distância, conclui-se que a estrutura da Catedral de Brasília não representa matematicamente um hiperboloide de uma folha, embora sua estética remeta a essa superfície. Isso demonstra como a arquitetura modernista utiliza elementos geométricos como inspiração, priorizando a expressão visual sobre a precisão matemática.

## Agradecimentos

Agradecemos à FAPDF o apoio financeiro à bolsa de Iniciação Científica, essencial para a realização deste projeto.

## Referências

- [1] J. Stewart. **Cálculo**. 2. v. 8. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016.