

A Essência Geométrica da Catedral de Brasília

Luisa M. A. Santos¹ Tatiane S. Evangelista²
FCTE/UnB, Brasília, DF

Este estudo investiga a influência da geometria na arquitetura moderna, com foco na aplicação das propriedades dos hiperboloides nos pilares da Catedral de Brasília, projetada por Oscar Niemeyer. Em resumo, a pesquisa demonstrou que, apesar da semelhança visual, os pilares da Catedral não apresentam a forma exata de um hiperboloide de uma folha única. A metodologia incluiu a obtenção e análise de imagens capturadas por meio de fotografia terrestre e drones, permitindo uma investigação detalhada das características geométricas da estrutura. Os resultados evidenciam a relevância da interação entre arte, matemática e engenharia na concepção e construção desse marco da arquitetura moderna brasileira. Além disso, o estudo sugere novas possibilidades para pesquisas futuras sobre as formas e estruturas presentes na Catedral de Brasília.

A fotografia terrestre permitiu o registro detalhado de aspectos estruturais e perspectivas da edificação, enquanto as imagens aéreas possibilitaram a observação da Catedral sob diferentes ângulos, favorecendo a análise tridimensional da construção e de suas proporções geométricas.

A Catedral é uma estrutura autoequilibrada composta por 16 pilares dispostos aparentemente de forma circular, conforme ilustrado na Figura 1. Visualmente, sua forma lembra a superfície de um hiperboloide de uma folha, e muitos autores afirmam que o monumento representa essa geometria matemática. No entanto, para confirmar essa suposição, é necessário realizar uma série de cálculos que possam comprovar ou refutar essa hipótese.

Para analisar a geometria da Catedral, considera-se a superfície conhecida como **hiperboloide de uma folha**, definida pela seguinte equação quadrática canônica segundo [1]:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad (1)$$

onde a , b e c são constantes reais e positivas, que determinam a forma da superfície. Essa equação descreve uma superfície do segundo grau que apresenta **seções cônicas elípticas** nos planos $z = \text{constante}$ e **seções hiperbólicas** nos planos paralelos aos eixos xz e yz , o que caracteriza um hiperboloide de uma folha.

A hipérbole plana, por sua vez, é definida como o conjunto de pontos P do plano para os quais o **módulo da diferença das distâncias até dois focos fixos** F_1 e F_2 permanece constante:

$$|d(P, F_1) - d(P, F_2)| = 2a, \quad (2)$$

onde $2a$ representa a distância entre os dois vértices A_1 e A_2 da hipérbole, e o ponto médio entre os focos é a origem do sistema de coordenadas. A distância entre o ponto médio e o foco é c , e entre o vértice é a , já a distância b representa o semi-eixo conjugado. Essas propriedades serão utilizadas para verificar se a geometria da Catedral corresponde a de um hiperboloide de uma folha.

¹luisamel.unb@gmail.com

²tatilista@unb.br

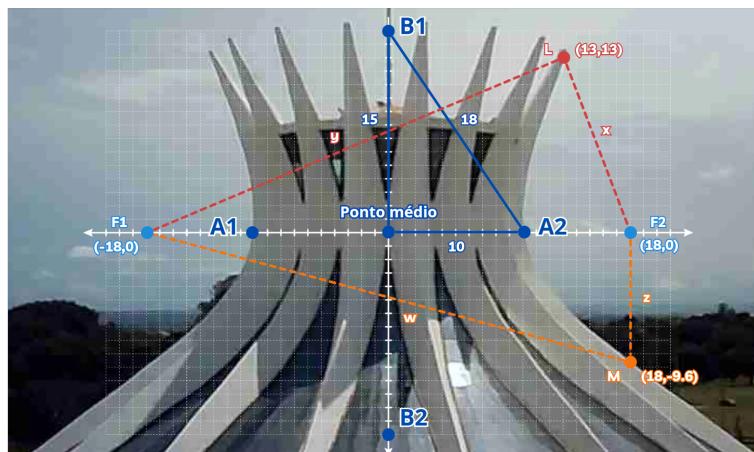


Figura 1: As coordenadas da Catedral. Fonte: Autores.

$$d^2 = (a_2 - a_1)^2 + (b_2 - b_1)^2. \quad (3)$$

Diante da foto da catedral, foi inserido um sistema de coordenadas cartesianas com a finalidade de servir de parâmetro para os cálculos a serem realizados. Com isso, já foram estabelecidas as distâncias a , b e c de uma hipérbole, além dos pontos focos e os pontos L e M a serem testados. Utilizando a Equação (3), que determina a distância entre dois pontos no plano cartesiano (a_1, b_1) e (a_2, b_2) , é possível verificar a validade da Equação (2) para o caso da Catedral, ao se determinar os valores de x , y , z e w , definidos como: x a distância entre L e F_2 , y a distância entre L e F_1 , z a distância entre M e F_2 , e w a distância entre M e F_1 .

Considerando os valores extraídos da Figura 1, obtidos através da Equação (3), temos para o ponto L : $x = 13,93$, $y = 33,61$ e para o ponto M : $z = 9,60$, $w = 37,26$.

Aplicando os valores na Equação (2), obtemos, respectivamente, para L e M :

1. $|y - x| = |33,61 - 13,93| = 19,68$;
2. $|w - z| = |37,26 - 9,60| = 27,66$.

Embora o valor obtido para o ponto L se aproxime de 20 — o valor esperado para $2a$ — o ponto M apresenta uma diferença de aproximadamente 7,66, o que representa uma discrepância significativa.

Portanto, a partir da análise das imagens de drone e cálculos de distância, conclui-se que a estrutura da Catedral de Brasília não representa matematicamente um hiperboloide de uma folha, embora sua estética remeta a essa superfície. Isso demonstra como a arquitetura modernista utiliza elementos geométricos como inspiração, priorizando a expressão visual sobre a precisão matemática.

Agradecimentos

Agradecemos à FAPDF o apoio financeiro à bolsa de Iniciação Científica, essencial para a realização deste projeto.

Referências

- [1] J. Stewart. **Cálculo.** 2. v. 8. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016.