Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 12, n. 1, 2026.

Trabalho apresentado no XLIV CNMAC, Fundação Getulio Vargas - Rio de Janeiro - RJ, 2025.

Modelagem Matemática da Configuração de Navios via Programação Geométrica

Giovana M. de Britto[1]
Engenharia Física - UFMS
Rúbia M. O. Santos[2]
INMA/UFMS, Campo Grande, MS

O Princípio de Arquimedes estabelece que um corpo submerso em um fluido está sujeito a uma força de empuxo cujo módulo equivale ao peso deslocado do líquido. Com o aumento da intensidade do movimento, o sistema torna-se mais complexo e suscetível a perturbações dinâmicas. No caso de navios que operam com transporte fixo entre portos, essa estabilidade é diretamente influenciada pela distribuição da carga, levando os projetistas a otimizarem o design das embarcações a fim de minimizar os custos operacionais. A Programação Geométrica (PG) constitui uma abordagem eficaz para a solução desse problema, promovendo maior eficiência operacional e viabilidade econômica [1].

A saber, o desenvolvimento da PG busca resolver problemas algébricos de programação não-linear nos quais tanto a função objetivo quanto as restrições possuem estrutura posinomial. Um posinômio é definido como a soma de múltiplos monômios, em que cada monômio corresponde ao produto de uma constante positiva por variáveis positivas elevadas a expoentes reais [2]. Nesse contexto, a função objetivo representa a grandeza a ser minimizada, sujeita às limitações impostas pelas restrições do problema.

Para o estudo proposto, a função objetivo, (1), considera o volume e a velocidade do navio, bem como o deslocamento de carga. As restrições (2) e (3) envolvem o desempenho da embarcação, enquanto (4) aplica o Princípio de Arquimedes. O Número de Froude, em (5), garante semelhança entre o modelo e o protótipo. As inequações (6) a (9) asseveram segurança, equilíbrio, resistência estrutural e proporcionalidade entre os volumes da carga e do navio, respectivamente. Esses aspectos resultam na formulação do modelo matemático a seguir:

$$\begin{aligned}
\text{minimizar} \quad & y = N\left(160(LBH)^{0.9} + 2Z^{0.48}V^{2.16} + 0.8Z^{0.48}V^{2.16}U\right) && (1)\\
\text{s.a.} \quad & 2.75\cdot 10^{6}(NDVU)^{-1} + 2\cdot 10^{-3}D^{-1}Z^{2/3}V^{2} \leq 1 && (2)\\
& 6.67\cdot 10^{-7}(DVU) + U \leq 1 && (3)\\
& 0.4(LBH)^{0.9}Z^{-1} + 0.02Z^{-0.52}V^{2.16} + DZ^{-1} \leq 1 && (4)\\
& 0.93Z(LBG)^{-1} + 0.93L^{-1/2}V \leq 1 && (5)\\
& 1.9\cdot 10^{-3}L^{1.43}H^{-1} + GH^{-1} \leq 1 && (6)\\
& 2B^{-1}G \leq 1 && (7)\\
& 0.07LH^{-1} \leq 1 && (8)\\
& 3D(LBH)^{-1} \leq 1 && (9)
\end{aligned}$$

Na Tabela 1, estão listadas as variáveis necessárias à otimização, as quais abrangem as dimensões do navio, seu desempenho e as métricas de eficiência.

[1]medeiros.giovana@ufms.br
[2]rubia.oliveira@ufms.br

Tabela 1: Variáveis consideradas.

Variável	Significado
B	Largura do navio, em metros
D	Capacidade de carga do navio, em toneladas
G	Calado do navio, em metros
H	Profundidade do navio, em metros
L	Comprimento do navio, em metros
N	Número de navios
U	Fator de utilização: razão entre horas no mar e operacionais
V	Velocidade de serviço, em nós
Z	Deslocamento de carga do navio, em toneladas

Diante da análise do problema, observa-se que as funções presentes no modelo são posinomiais, as quais envolvem nove variáveis primais e dezessete termos. Convém ressaltar que, na PG, os problemas posinomiais podem ser reformulados como convexos, fato que assegura a existência de uma solução global e viabiliza a aplicação dos métodos de otimização. Ademais, a dualidade desempenha um papel fundamental nessa modificação, uma vez que o problema dual associado geralmente apresenta uma estrutura mais simples do que o problema original, ou primal. Essa característica facilita sua resolução, ao passo que permite a obtenção da solução ótima global [4].

Com o intuito de construir navios operantes com o menor custo possível, utilizar-se-á a técnica desenvolvida e implementada por [3]. Baseada na desigualdade entre as médias ponderada e harmônica, essa abordagem permite expressar as condições de otimalidade como um problema de Programação Geométrica convexa e emprega um método de pontos interiores primal-dual do tipo preditor-corretor para sua solução. Dessa forma, é possível resolver o problema dual da PG e obter a solução primal por meio de transformações exponenciais.

O valor ótimo de custo, y^*, obtido com o método preditor-corretor foi $67{,}62 \cdot 10^6$, com diferença de apenas 0,24% em relação ao original. As variáveis N^*, B^*, L^* e H^* mantiveram-se praticamente inalteradas. Houve uma redução de 0,36% no custo de produção, o que é relevante para a indústria. Os resultados demonstram excelente precisão e eficiência do método preditor-corretor, evidenciando seu potencial para aplicações práticas na otimização de projetos navais.

Agradecimentos

Agradecemos à UFMS pela oportunidade de trilhar o caminho da pesquisa científica.

Referências

[1] C. S. Beightler e D. T. Phillips. **Applied Geometric Programming**. 1a. ed. Nova Iorque: John Wiley & Sons Inc, 1976. ISBN: 0471063908.

[2] S. P. Boyd et al. "A tutorial on geometric programming". Em: **Springer Science** (2007), pp. 67–127. DOI: 10.1007/s11081-007-9001-7.

[3] R. N. Quirino, R. M. Santos e N. Maculan. "A global interior point method for nonconvex geometric programming". Em: **Springer Science** (2023), pp. 605–635. DOI: https://doi.org/10.1007/s11081-023-09815-x.

[4] R. M. Santos. "Algoritmos de busca global para problemas de otimização geometricos e multiplicativos". Tese de doutorado. Unicamp, 2005.