Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 12, n. 1, 2026.

Trabalho apresentado no XLIV CNMAC, Fundação Getulio Vargas - Rio de Janeiro - RJ, 2025.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Modelagem Numérica e Otimização de Parâmetros Hídricos do Solo: Uma Abordagem com Diferenças Finitas e Algoritmos Genéticos para Análise Inversa

Danilo V. dos Santos[1] Renan de S. Teixeira[2] Rosane F. de Oliveira[3] Wilian J. dos Santos[4]
PPGMMC, UFRRJ, Seropédica, RJ

O solo desempenha um papel fundamental em ecossistemas, atuando como suporte para plantas, reservatório de água e base para infraestruturas. No entanto, sua vulnerabilidade a degradações torna crucial o estudo de suas propriedades físicas e hídricas para garantir seu uso sustentável. A dinâmica da água no solo, descrita pela equação de Richards [4], é fundamental para entender processos como disponibilidade hídrica, recarga de aquíferos e prevenção da erosão. Contudo, a solução numérica dessa equação apresenta desafios devido à sua não linearidade [3]. Este trabalho propõe uma metodologia combinada, que utiliza o método das diferenças finitas para resolver a equação de Richards e Algoritmos Genéticos (AG) para estimar parâmetros hídricos do solo. Esses parâmetros estão presentes nas curvas de retenção de água e a da condutividade hidráulica, sendo determinados por meio de análise inversa [5]. A metodologia proposta visa contribuir para o avanço das técnicas de modelagem da dinâmica da água no solo, oferecendo subsídios para o desenvolvimento de estratégias mais eficientes de uso e manejo dos recursos hídricos.

As equações fundamentais utilizadas incluem a equação de Richards [4], que modela o fluxo de água em meios porosos não saturados, sendo a sua forma mista dada por:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left[k(\psi_m)\left(\frac{\partial \psi_m}{\partial z} - 1\right)\right], \tag{1}$$

onde θ é a umidade volumétrica ($\mathrm{m^3/m^3}$), t o tempo (s), z a profundidade (cm), $k(\psi_m)$ a condutividade hidráulica (cm/s) e ψ_m o potencial matricial (cm). A proposta de [2] caracteriza a curva de retenção com uma transição suave entre os estados de umidade. A relação entre θ é ψ_m fica neste caso sendo dada por

$$\theta(\psi_m) = \frac{\alpha(\theta_s - \theta_r)}{\alpha + |\psi_m|^\beta} + \theta_r, \tag{2}$$

onde θ_r é a umidade residual ($\mathrm{m^3/m^3}$), θ_s a umidade de saturação ($\mathrm{m^3/m^3}$), α e β são parâmetros de ajuste da curva. A curva de condutividade hidráulica correspondente fica sendo descrita por

$$K(\psi_m) = K_s \frac{A}{A + |\psi_m|^\gamma}, \tag{3}$$

onde K_s é a condutividade hidráulica saturada (cm/s), A, γ são parâmetros de ajuste.

Na primeira aplicação proposta, foi avaliada apenas performance da forma explícita da Equação (1) para a discretização temporal no Método das Diferenças Finitas (MDF), utilizando o exemplo

[1] danilo36011@gmail.com
[2] rsteixeira@ufrrj.br
[3] rosaneol@uol.com.br
[4] wilianj@gmail.com

citado em [1], onde se emprega o modelo de Haverkamp, descrito nas Equações (2) e (3), para as curvas de retenção e condutividade hidráulica do solo. Considerou-se uma coluna de solo com 40cm de profundidade, sujeita às condições de contorno: $\psi_m(t, 0) = -20{,}7$cm ($\theta = 0{,}26756$), $\psi_m(t, 40) = -61{,}5$cm ($\theta = 0{,}09985$), e condição inicial $\psi_m(0, z) = -61{,}5$cm ($\theta = 0{,}09985$). Os parâmetros do modelo de Haverkamp foram: $\alpha = 1611000{,}0$, $\theta_r = 0{,}075$, $\theta_s = 0{,}287$, $k_s = 0{,}0094444$cm/s, $A = 1175000{,}0$, $\beta = 3{,}96$, $\gamma = 4{,}74$. As simulações foram realizadas para $T = 180$s, 360s e 720s como visto na Figura 1, com $\Delta z = 1$cm e $\Delta t = 0{,}01$s, observando-se a progressão do movimento da água em profundidade ao longo do tempo. Os resultados numéricos permitiram observar o movimento da água nas camadas mais profundas do solo com o decorrer do tempo, evidenciando um comportamento qualitativo esperado, condizente com os processos de infiltração descritos na literatura.

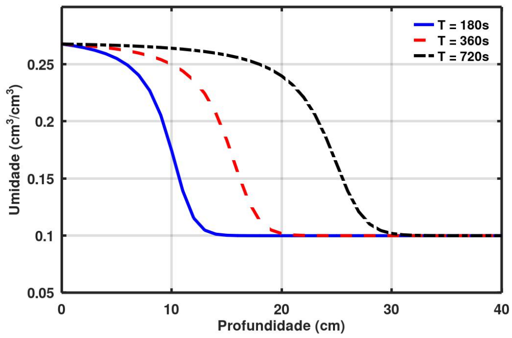

Figura 1: Simulação do método explícito, com T = 180, 360 e 720 segundos. Fonte: Próprio autor

Em fase de desenvolvimento está o acoplamento do método de diferenças finitas com um algoritmo genético a fim de determinar os parâmetros hídricos do solo que caracterizam as curvas de retenção e de condutividade a partir de um perfil de umidade no solo, como os apresentados na Figura 1.

Referências

[1] M. A. Celia, E. T. Bouloutas e R. L. Zarba. “A general mass-conservative numerical solution for the unsaturated flow equation”. Em: **Water Resources Research** 26.7 (1990), pp. 1483–1496.

[2] R. Haverkamp, M. Vauclin, J. Touma, P. J. Wierenga e G. Vachaud. “A comparison of numerical simulation models for one-dimensional infiltration”. Em: **Soil Science Society of America Journal** 41 (1977), pp. 285–294.

[3] D. Hillel. **Fundamentals of Soil Physics**. New York: Academic Press, 1980.

[4] L. A. Richards. “Capillary conduction of liquids through porous mediums”. Em: **Physics** 1 (1931), pp. 318–333.

[5] A. Tarantola. **Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation**. Philadelphia, PA: SIAM, 2005.