

Efeitos dos Torques Magnéticos no Movimento Rotacional De Satélites estabilizados por Rotação

Gabriel Borderes Motta

Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, UNESP
12516-410, Guaratinguetá, SP
e-mail gabriel_borderes@yahoo.com.br

Maria Cecília Zanardi

Universidade Federal do ABC, UFABC
09210-580, Santo André, SP
e-mail: mceciliazanardi@gmail.com

***Resumo:** O objetivo deste trabalho é discutir os efeitos dos torques magnéticos residual e devido às de Foucault no movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação através da determinação de uma solução analítica para as equações do movimento. As magnitudes de vários torques externos são comparadas, considerando os dados do primeiro Satélite de Coleta de Dados Brasileiro – SCD1, e mostram que os torques magnéticos prevalecem sobre os demais torques, devido à altitude da órbita do SCD1. Soluções analíticas são determinadas para as equações do movimento e descrevem as variações temporais da velocidade de rotação e dos dois ângulos que posicionam o eixo de rotação no espaço (ângulos de ascensão reta e declinação do eixo de rotação). Nas equações do movimento são considerados apenas os componentes médios dos dois torques magnéticos, determinados para um período orbital, de modo que as soluções analíticas são válidas para um período orbital. Aplicações são realizadas com os dados reais do SCD1, para um período de 40 dias, comparando os resultados obtidos com os dados reais a cada 24 horas. É também avaliado o desvio entre o eixo de rotação calculado pela teoria e o eixo de rotação real, além do ângulo entre o eixo de rotação e a direção do Sol. A análise mostra uma boa concordância da teoria com o comportamento real do satélite para o intervalo de simulação considerado.*

Introdução

Neste trabalho uma abordagem analítica para o movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação é apresentada, considerando os satélites em órbita elíptica e a influência conjunta dos torques magnéticos residual (**TMR**) e devido às correntes de Foucault (**TMI**). Os modelos matemáticos para estes torques e seus componentes médios são obtidos de trabalhos anteriormente realizados ([7],[8],[10]). O torque médio é determinado pela média em um período orbital e já inclui os principais efeitos de cada torque sobre o movimento rotacional. As equações do movimento são descritas em termos do módulo da velocidade angular de rotação W do satélite, da declinação δ e da ascensão reta α do eixo de rotação do satélite, e dependem dos componentes dos torques considerados.

As equações do movimento são integradas analiticamente para um período orbital, considerando torques médios constantes a cada órbita. Para validar a teoria envolvida, aplicações são realizadas para o Satélite de Coleta de Dados Brasileiro - SCD1, sendo também analisados o erro de apontamento (desvio do eixo de rotação calculado pela teoria com o eixo de rotação real) e o ângulo de aspecto solar (ângulo entre o eixo de rotação e a direção do Sol).

A abordagem aqui apresentada corresponde a um refinamento nas soluções analíticas de Garcia [1], Garcia et al [2], Quirelli [8], Quirelli et al [9] e Pereira [5], diferenciando da abordagem realizada por Pereira [6] e Zanardi e Pereira [12] por utilizar modelos distintos para o campo geomagnético e por avaliar os torques a cada período orbital, e não a cada início do dia como assumido em [6] e [12] nas aplicações para o SCD1.

Torques magnéticos

O torque de origem magnética atuante em um satélite artificial resulta da interação entre o campo magnético do satélite e o campo geomagnético. As principais fontes causadoras do torque magnético são o momento magnético do satélite e as correntes de Foucault.

O torque magnético residual (TMR) ocorre principalmente devido ao momento magnético ao longo do eixo de rotação do satélite [11] e depende do momento magnético residual do satélite ao longo do eixo de rotação e do campo geomagnético. Seu componente ao longo do eixo de rotação é nulo, não afetando a velocidade de rotação do satélite. O modelo matemático para este torque é dado por [10]:

$$\vec{N}_{MR} = \vec{M}_S \times \vec{B} \quad (1)$$

Sendo \vec{M}_S a soma dos momentos magnéticos residuais do satélite, aqui considerado na direção do eixo de rotação, e \vec{B} campo magnético da Terra.

O torque devido às correntes de Foucault (TMI) surge devido ao movimento de rotação do satélite e às correntes induzidas de Foucault que circulam pelas superfícies metálicas do satélite, e depende do parâmetro de Foucault P_F (parâmetro constante que depende da geometria e condutividade do satélite), da velocidade de rotação do satélite \vec{W} e do campo geomagnético \vec{B} , sendo seu modelo matemático dado por [10]:

$$\vec{N}_{MF} = P_F \vec{B} \times (\vec{B} \times \vec{W}) \quad (2)$$

Neste trabalho o campo geomagnético é descrito pelo vetor de dipolo ([7],[9]). Detalhes dos modelos matemáticos destes torques e da determinação de seus componentes médios em um período orbital são discutidos em [8] e [9].

A Figura 1 apresenta as magnitudes de vários torques externos [3] para diversos períodos orbitais do SCD1. Os torques aerodinâmicos e de radiação solar são da ordem de 10^{-10} e 10^{-8} Nm, respectivamente, enquanto os torques magnéticos são da ordem de 10^{-5} Nm. Observa-se que para este satélite, devido às altitudes de sua órbita, os torques magnéticos são mais significativos e justificam a abordagem aqui realizada, que inclui apenas os torques magnéticos com aplicações específicas para o SCD1.

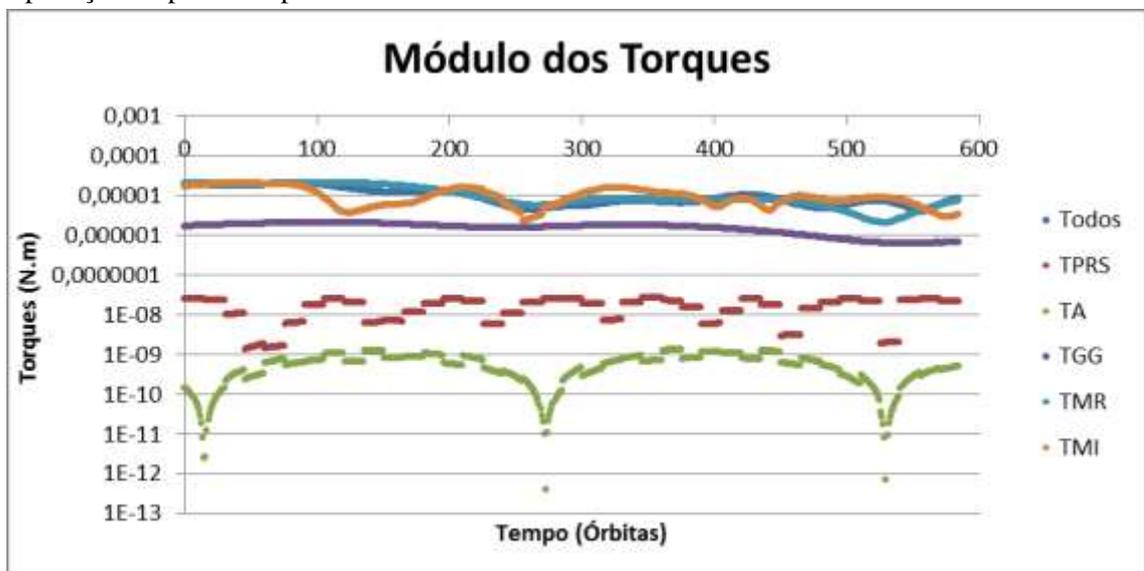


Figura 1: Magnitudes dos torques para o SCD1[3]: TPRS – torque de pressão de radiação solar, TA – torque aerodinâmico, TGG – torque de gradiente de gravidade.

Equações do movimento para satélites estabilizados por rotação

As equações do movimento de um satélite estabilizado por rotação são descritas pelas equações de Euler em termos da velocidade de rotação W , da ascensão reta α e declinação δ do eixo de rotação (Figura 2). Tais equações dependem dos componentes dos torques externos no sistema fixo no satélite e são dadas por ([8],[11]):

$$\frac{dW}{dt} = \frac{N_z}{I_z}, \quad \frac{d\delta}{dt} = \frac{N_y}{I_z W}, \quad \frac{d\alpha}{dt} = \frac{N_x}{I_z W \cos(\delta)} \quad (3)$$

em que I_z é momento principal de inércia no eixo de rotação do satélite, N_x, N_y, N_z são os componentes dos torques externos no sistema fixo no satélite, os quais são dados pela soma dos componentes médios dos TMR e TMF.

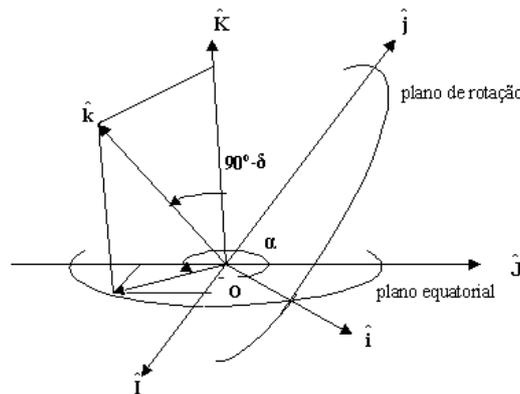


Figura 2: Sistema equatorial $(\hat{I}, \hat{J}, \hat{K})$, sistema fixo no satélite $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$, ascensão reta (α) e declinação (δ) do eixo de rotação (\hat{k}) [2].

Com a substituição dos componentes médios dos torques TMR e TMI nas Eqs. (3) e considerando os torques médios constantes a cada início de órbita, é possível integrar cada uma das Eqs.(3). Nestas equações observa-se que além dos componentes dos torques, as equações diferenciais de primeira ordem de α e δ dependem de W , com a equação diferencial de α também dependendo da declinação δ . Deste modo, no processo de integração analítico inicialmente é integrada a equação diferencial de W , sendo as soluções válidas para um período orbital. Durante este período orbital os elementos orbitais envolvidos permanecem constantes. Reescrevendo a equação diferencial para velocidade de rotação tem-se:

$$\frac{dW}{W} = \frac{\langle N_{MFz} \rangle}{I_z} dt \quad (4)$$

com $\langle N_{MFz} \rangle$ sendo o componente médio do TMI ao longo do eixo de rotação. Integrando ambos os lados e aplicando os limites para uma órbita obtêm-se [3]:

$$W = W_0 e^{\frac{\langle N_{MFz} \rangle t}{I_z}} \quad (5)$$

sendo W_0 o valor da velocidade de rotação no instante inicial. Portanto o TMI causa uma variação exponencial na velocidade de rotação, sendo que o sinal de $\langle N_{MFz} \rangle$ definirá se é um crescimento ou um decaimento. Esta solução é similar a determinada em [3] e [7], se o torque de gradiente de gravidade não é considerado.

Substituindo a solução dada por Eq. (5) na equação diferencial da declinação e integrando com o auxílio de uma mudança de variável [3] obtêm-se:

$$\delta = -\frac{\langle N_{MRy} \rangle}{\langle N_{MFz} \rangle W_0} e^{-\frac{\langle N_{MFz} \rangle}{I_z} t} + \frac{\langle N_{MRy} \rangle}{\langle N_{MFz} \rangle W_0} + \frac{\langle N_{MFy} \rangle}{I_z} t + \delta_0 \quad (6)$$

sendo $\langle N_{MRy} \rangle, \langle N_{MFy} \rangle$ os componentes médios no eixo y do TMR e TMI, respectivamente, e δ_0 o valor da declinação do eixo de rotação no instante inicial, . A solução obtida sugere que ocorre a deriva do eixo de rotação, causada pela variação temporal da declinação dada na Eq. (6), sendo também possível observar a ação conjunta do TMR e do TMI no termo exponencial da solução.

Substituindo agora a solução de W , dada na Eq. (5), na equação diferencial da ascensão reta e assumindo um valor médio $\bar{\delta}$ para a declinação do eixo de rotação em um período orbital, dado por $\bar{\delta} = (\delta + \delta_0)/2$, em que δ é obtido a partir da solução analítica dada na Eq. (6) para o instante igual à um período orbital, e integrando [3] a variação temporal da ascensão reta é dada por:

$$\alpha = \left(-\frac{\langle N_{MRx} \rangle}{\langle N_{MFz} \rangle W_0} e^{-\frac{\langle N_{MFz} \rangle}{I_z} t} + \frac{\langle N_{MRx} \rangle}{\langle N_{MFz} \rangle W_0} + \frac{\langle N_{MFx} \rangle}{I_z} t \right) \cdot \frac{1}{\cos \bar{\delta}} + \alpha_0 \quad (7)$$

sendo $\langle N_{MRx} \rangle, \langle N_{MFx} \rangle$ os componentes médios no eixo x do TMR e TMI, respectivamente, e α_0 o valor inicial para α . Observa-se a influência conjunta do TMI e TMR no termo exponencial da solução, além de uma variação linear devido ao TMI, as quais contribuem na precessão no eixo de rotação.

As soluções aqui apresentadas são válidas para um período orbital, de modo que após cada período orbital, os dados orbitais devem ser adequados, levando em consideração as principais influências do achatamento da Terra. Do mesmo modo, os valores iniciais da velocidade de rotação, da ascensão reta e declinação do eixo de rotação devem ser atualizados pelos valores propagados a cada órbita. Com este procedimento, para um intervalo de tempo maior a solução analítica ficará mais próxima do comportamento real do satélite.

Aplicações

Aplicações da teoria desenvolvida para o SCD1 são aqui apresentadas, utilizando os dados fornecidos pelo Centro de Controle de Satélites do INPE (CCS)[4] para um intervalo de 40 dias, de 24/07/1993 até 24/08/1993. O software MATLAB foi utilizado para implementação numérica necessária. Na abordagem aqui realizada o efeito principal do achatamento da Terra está incluído na longitude do nodo ascendente e no argumento do pericentro. Como a solução analítica é válida para um período orbital, os coeficientes são recalculados a cada período orbital utilizando os valores calculados para α , δ e W . Comparações com os valores calculados pela teoria para α , δ e W a cada 24 horas são realizadas com os dados de referência fornecidos pelo CCS. Na implementação numérica os dados de atitude e órbita são atualizados a cada 24hs com os dados reais fornecidos pela CCS. Salienta-se que a precisão requerida pelo INPE para os ângulos é de 0,5° e para a velocidade de rotação é 0,5 rpm. São também analisados o erro de apontamento e o ângulo de aspecto solar [7].

As Figuras de 3 e 4 mostram o comportamento temporal das variáveis para os 40 dias da simulação. Pela Figura 3 observa-se que o comportamento da velocidade de rotação se aproxima de um decaimento exponencial que é sugerido pela solução analítica de W , sendo que a média das diferenças entre os valores calculados e reais é de -0,2656rpm, permanecendo dentro da precisão requerida pelo INPE. O comportamento da declinação do eixo de rotação também se mostra adequado, se afastando mais dos dados reais nos últimos dias de simulação, com a média das diferenças permanecendo em -0,2541°. A ascensão reta do eixo de rotação apresenta um comportamento regular (Figura 3), se distanciando dos dados reais em

vários dias, com a média das diferenças sendo de $0,5889^\circ$, ultrapassando assim a precisão requerida pelo INPE durante o período de simulação.

Pela Figura 4, observa-se que o ângulo de aspecto solar acompanha bem o comportamento real durante todo o intervalo de simulação, com a média das diferenças sendo de $0,1891^\circ$. Saliente se também que seu comportamento está dentro da faixa requerida pela missão [5], que está entre 60° e 90° . Do mesmo modo, observa se que o erro de apontamento só ultrapassa a precisão do INPE nos últimos dias de simulação, com a média no intervalo sendo de $0,3082^\circ$.

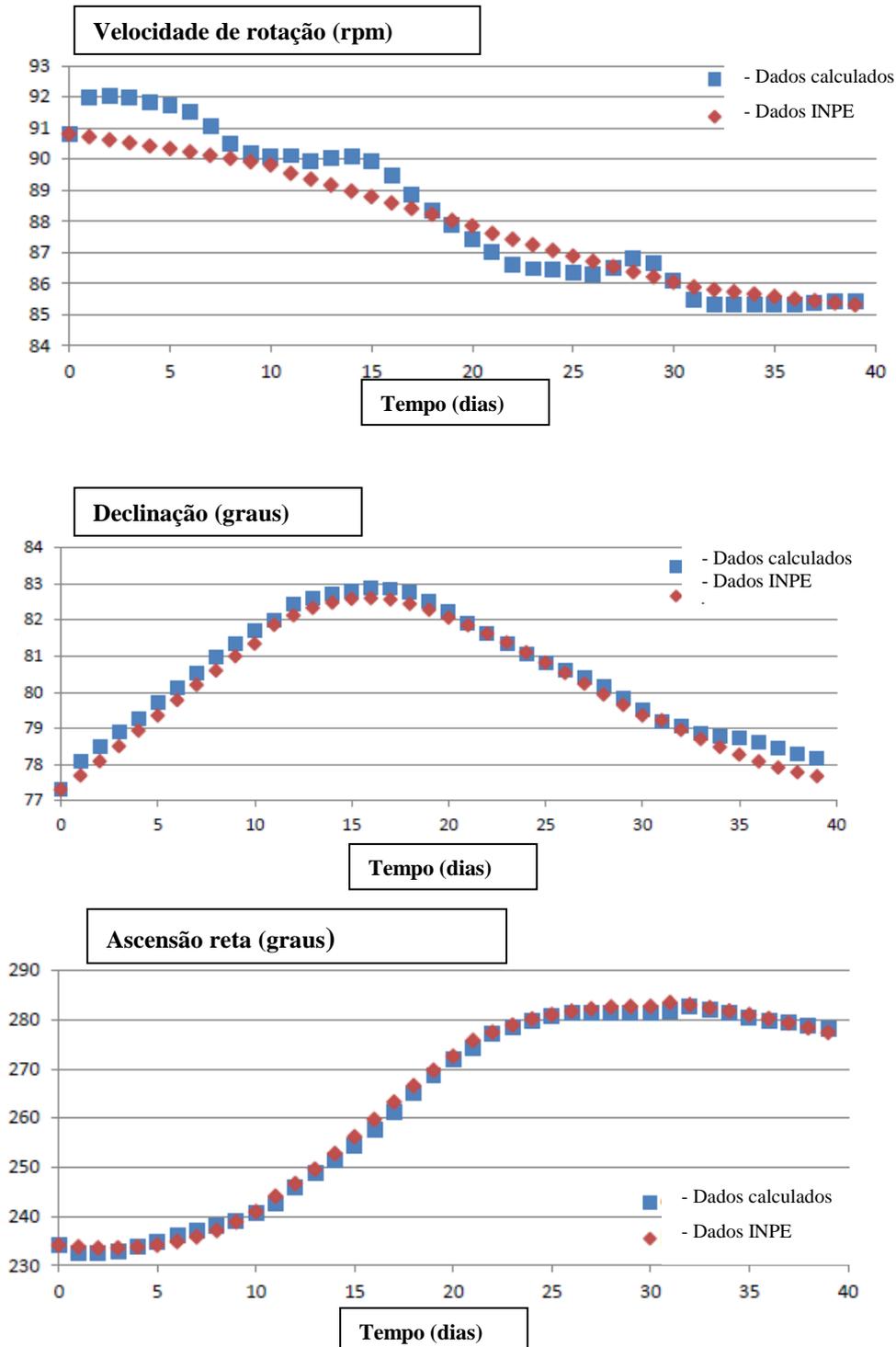


Figura 3 – Comportamento temporal da Velocidade de rotação, declinação e ascensão reta do eixo de rotação para o SCD1.

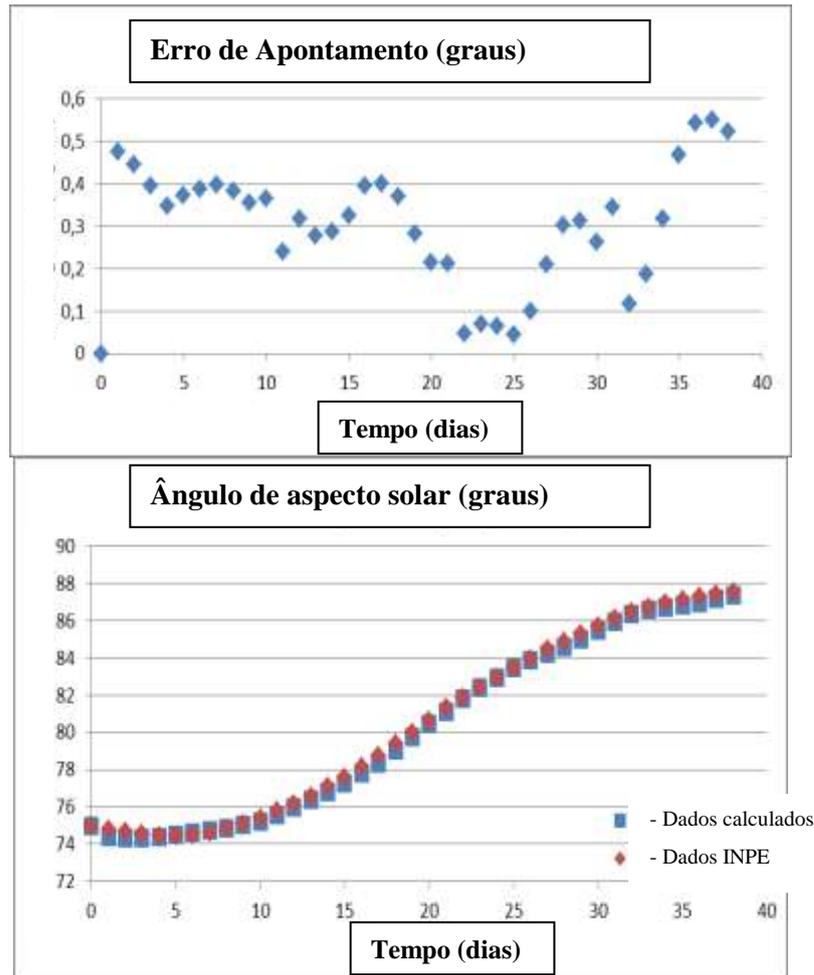


Figura 4 – Comportamento temporal do erro de apontamento e do ângulo de aspecto solar para o SCD1.

Conclusão

Uma solução analítica para as equações do movimento rotacional foi apresentada neste trabalho, considerando os torques magnéticos médios em um período orbital, sendo válida para um período orbital. Por esta solução observa-se que o torque magnético devido às correntes de Foucault causa uma variação exponencial na velocidade angular de rotação, e com o torque magnético residual contribui também para as variações temporais da ascensão reta e declinação do eixo de rotação, associadas com a precessão e deriva do eixo de rotação do satélite. Aplicações são realizadas para os Satélites de Coleta de Dados Brasileiros SCD1 para um período de 40 dias, com a abordagem atualizando os dados de atitude orbital com os dados reais fornecidos pelo INPE.

Os resultados mostram uma boa concordância entre os resultados obtidos pela teoria e os dados fornecidos pelo Centro de Controle de Satélites do INPE para um período de simulação, com as médias das diferenças entre os valores calculados e os reais permanecendo dentro da precisão da missão requerida para o SCD1 para todos os parâmetros com exceção da ascensão reta, que é de $0,5^\circ$ para os ângulos e $0,5\text{rpm}$ para velocidade de rotação. A média do erro obtida para a velocidade foi de $-0,266\text{rpm}$, para ascensão reta foi de $0,589^\circ$, declinação foi de $-0,254^\circ$, erro de apontamento foi de $0,308^\circ$ e para o ângulo de aspecto solar foi de $0,189^\circ$.

A teoria aqui apresentada pode ser aprimorada através da inclusão de outros torques externos [3] ou com a utilização de outro modelo para o campo geomagnético [6]. Saliente-se que o modelo de vetor de dipolo mostrou-se bastante adequado na análise realizada em [1], [2],

[8] e [9]. A análise aqui realizada, utilizando apenas os torques magnéticos, se justifica por estes serem os torques de maior magnitude para as características orbitais e geométricas do SCD1.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPESP (processo N^o. 2012/21023-6) e CAPES pela apoio financeiro.

Referências

[1] Garcia, R. V., “Satélites Estabilizados por Rotação e o Torque Magnético Residual”, Dissertação de Mestrado. UNESP - Câmpus de Guaratinguetá, 2007.

[2] Garcia, R. V., Zanardi, M. C., Kuga, H.K., “Spin-stabilized: analytical attitude propagation using magnetic torque”, Math. Probl. in Eng. , v. 2009, , Hindawi Publ. Corporation, 2009.

[3] G. B. Mota, “Predição Analítica do Movimento Rotacional de Satélites Estabilizados por Rotação”, Dissertação de Mestrado, UNESP - Campus de Guaratinguetá, 2014.

[4] Orlando, V.; Lopes, R. V. F.; Kuga, H. K., “ INPE’S flight dynamics team experience thought four years of SCD1 in orbit operations: main issues, improvements and trends”, Anais do ESA International Symposium on Spaceflight Dynamics, Alemanha, p.433-437, 1997.

[5] Pereira, A. J., “Propagação de atitude satélites estabilizados por rotação: Torque Magnético Induzido”. Trabalho de Conclusão de Curso, UNESP – Campus de Guaratinguetá, 2006.

[6] Pereira, A. J. , “Satélites Estabilizados por Rotação: Torques Externos e Ângulo de Aspecto Solar”. Dissertação de Mestrado, UNESP - Campus de Guaratinguetá, 2011.

[7] Pisacane, V. L., Moore, R. C., “Fundamentals of Space System”, New York: Oxford University Press, 1994.

[8] Quirelli, I. M. P. , “Propagação analítica de atitude de satélite estabilizados por rotação”, Dissertação de Mestrado , UNESP - Campus de Guaratinguetá, 2002.

[9] Quirelli, I. M. P.; Zanardi, M. C.; Kuga, H. K., “ Residual torque magnetic acting in the spin-stabilized satellites”, Adv.in Spa. Dyn. 4: Cel. Mech.s and Astr. 4, 151-169, 2004.

[10] Wertz, J. R., “Spacecraft Attitude Determination and Control”, London, Reidel, 1978.

[11] Zanardi, M. C. ”Dinâmica da Atitude de Satélites Artificiais”, Tese de Livre Docência, UNESP - Campus de Guaratinguetá, 2005.

[12] Zanardi, M. C.; Pereira, A. J. , “Propagação Analítica do Movimento Rotacional de Satélites Estabilizados por Rotação com Ação Conjunta de Torques Externos”, Anais do CNMAC2012, 2012.