Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 3, N. 1, 2015.
Trabalho apresentado no XXXV CNMAC, Natal-RN, 2014.

Aplicação do Mapeamento Conforme e do software F(C) no estudo de potenciais eletrostáticos complexos

Emília de Mendonça Rosa Marques
Depto de Matemática, FC, UNESP
17033-360, Bauru, SP
E-mail: emilia@fc.unesp.br

Aguinaldo Robinson de Souza
Depto de Química, FC, UNESP
17033-360, Bauru, SP
E-mail: arobinso@fc.unesp.br

RESUMO

A lei de Coulomb, Equação (1), descreve a interação entre duas cargas elétricas pontuais q_1 e q_2 separadas por uma distância *r* num meio de constante dielétrica igual a k.

$$F = \frac{(q_1 q_2)}{kr^2} \tag{1}$$

A distribuição, contínua, discreta ou uma combinação de ambas, de cargas no espaço leva ao estabelecimento de um campo elétrico e se uma carga é colocada num ponto não ocupado pela carga inicial, a força que age sobre esta carga é chamada intensidade do campo elétrico neste ponto e é dada pela Equação (2), onde Φ é o potencial eletrostático.

$$\varepsilon = -\mathrm{grad}(\Phi) \tag{2}$$

Para uma distribuição de cargas em duas dimensões o campo pode ser descrito através dos seus componentes E_x e E_y, dada pela Equação (3), no domínio dos números Reais e Complexos, respectivamente [1].

$$\varepsilon = E_x + iE_y \tag{3}$$

onde $E_x = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}$ e $E_y = -\frac{\partial \Phi}{\partial y}$.

A partir do Teorema de Gauss podemos inferir que deve existir uma função analítica harmônica Ψ conjugada a Φ tal que:

$$\Omega(z) = \Phi(x, y) + i\,\Psi(x, y) \tag{4}$$

onde $\Omega(z)$ é o potencial eletrostático complexo ou potencial complexo.

Para o desenvolvimento do presente trabalho utilizamos o software *F(C): Funções Complexas*, desenvolvido no nosso grupo de pesquisas [2]. O objetivo proposto neste software é a visualização de funções que apresentam variáveis complexas no Plano Complexo, que denominamos Mapa de Cores ou Domínio Colorido. Este mapa é uma distribuição de cores onde à cada ponto desse plano podemos associar um número complexo, e cada uma das cores aparece somente uma vez para um determinado número complexo. As variações nas cores apresentadas coincidem com duas características dos números complexos: o argumento e o módulo [4]. Na Figura (1) apresentamos o Mapa de Cores do plano complexo (ou Domínio Colorido) para o caso da função $f(z) = z$.

 © 2015 SBMAC

O desenvolvimento do modelo para o campo eletrostático complexo tem um correspondente análogo para o caso de fluxo de fluídos [3]. Para o caso de uma carga q localizada em z_0, no vácuo, o potencial eletrostático complexo é dado pela Equação (5).

$$\Omega(z) = -\,2q \ln (z - z_0) \tag{5}$$

Na Figura (2) apresentamos o Domínio Colorido da função dada na equação (5) para o caso onde $q > 0$, representando uma fonte e na Figura (3) para $q < 0$, representando um sumidouro em analogia ao fluxo de fluídos.

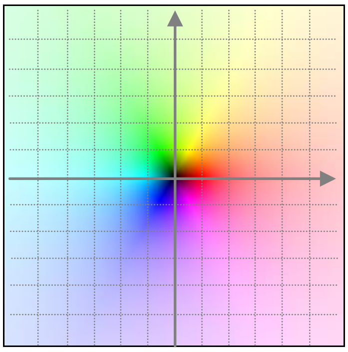

Figura 1.
Domínio Colorido da função
$f(z) = z$.

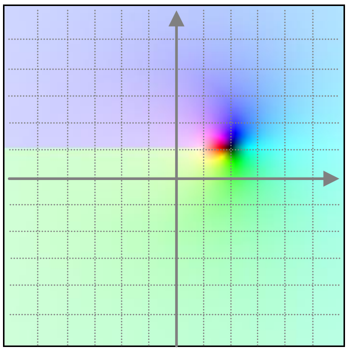

Figura 2.
Domínio Colorido da função
$\Omega(z)$, $q = 1$, $z_0 = 1 + i$.

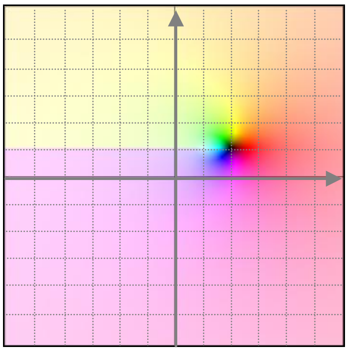

Figura 3.
Domínio Colorido da função
$\Omega(z)$, $q = -1$, $z_0 = 1 + i$.

Podemos verificar pela análise das Figuras 2 e 3 que o método dos Mapas de Cores para o plano complexo pode ser muito útil no estudo de sistemas de interesse físico como o de potencial eletrostático.

As figuras apresentam também uma característica comum que é a presença da mudança brusca de cor o que evidencia a presença de uma folha de Riemann. Esta é uma característica importante dos potenciais complexos que é de difícil visualização, sendo possível, entretanto com a abordagem adotada neste trabalho.

Palavras-chave: *Domínio Colorido, Função Complexa, Software Gráfico*

Referências

[1] G. Ávila, "Variáveis Complexas e Aplicações", Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 2000.

[2] E. L. da Silva; A. R. de Souza; E; M. R. Marques, "Números e Funções Complexas: Representação e Interpretação Gráfica", Cultura Acadêmica Editora, São Paulo, 2008.

[3] E. L. da Silva, A. R. de Souza, E. M. R. Marques, Alguns estudos de fluxo de fluido utilizando software gráfico, Revista Brasileira de Ensino de Física, 31 (2009) 3501-3509.

[4] T. Needham, "Visual Complex Analysis", Claredon Press, Oxford, 1997.

DOI: 10.5540/03.2015.003.01.0211

© 2015 SBMAC