

Reconhecimento de Padrões da Educação Fundamental nas Autarquias segundo Conjuntos Fuzzy Intuicionistas

Pedro H. A. Barros¹, Regina S. Lanzillotti², Carlos A. de Moura³
PPG-CompMat/UERJ, Rio de Janeiro, RJ

Resumo. A Educação Básica é fundamental para a formação do indivíduo. O Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) é um indicativo da qualidade do ensino brasileiro, sobretudo dos níveis de alfabetização dos estudantes. Tais desempenhos, disponibilizados pelo Inep permitem o confronto taxonômico segundo localidade (capital e interior) em autarquias (públicas e privadas) nas Unidades da Federação do RJ e SP. A análise comparativa do desenho a nível estadual sob a ótica dos Conjuntos Fuzzy Intuicionista à luz do conceito de similaridade para o Sistema de Informações Gerenciais – SIG Inep/MEC de 2021 foi feita segundo diferentes funções de ativação permitindo destacar aquela que melhor expõe a discrepância no processo de alfabetização disponibilizado pelo sistema educacional, o que pode vir a indicar a necessidade de atenção em busca de garantir a qualidade e a equidade da educação segundo o § 4º, do artigo 211 da Constituição Federal. A metodologia dos CFI indicou que o Ensino Fundamental de São Paulo é similar tanto na Capital quanto no Interior, o que não foi visto no Rio de Janeiro.

Palavras-chave. Lógica Fuzzy, Reconhecimento de padrão, Conjuntos Fuzzy Intuicionistas, Similaridade, Saeb

1 Introdução

A educação básica é a primeira etapa na formação do indivíduo e possui divisões que são avaliadas e reavaliadas para acompanhar as mudanças vivenciadas pelas gerações estudantis. Barros e Lanzillotti [5] citam que o Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) constitui em instrumento para a tomada de decisões, pois o resultado deste exame é um indicativo da qualidade do ensino brasileiro. A taxa de alfabetização é um dos índices fornecidos pelo Saeb, que corresponde à proporção de estudantes que obtiveram um nível satisfatório de alfabetização de acordo com a Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA). A ANA é aplicada anualmente às crianças regularmente matriculadas no 3º ano do Ensino Fundamental, e visa aferir o aprendizado da alfabetização e letramento em Língua Portuguesa e princípios iniciais básicos em Matemática. Este estudo objetiva analisar os dados mais recentes divulgados pelo Inep/MEC dos níveis de alfabetização no Saeb 2021 [3]. Este Sistema de Informações Gerenciais – SIG subsidiou este estudo para mensurar a similaridade entre os níveis de proficiência de alfabetização nas instituições de Ensino Básico das Unidades da Federação de Rio de Janeiro e São Paulo segundo a classificação de urbanização (capital e interior) e autarquias (municipais e privadas). A especificidade referente ao ensino público e privado municipal é consubstanciada na legislação do parágrafo único do artigo 211 da Constituição Federal [1] que determina sobre a responsabilidade das prefeituras em gerir prioritariamente o Ensino Fundamental e Educação Infantil. Esse confronto taxonômico é fundamental para avaliar discrepâncias na aprendizagem e vir a oportunizar conscientemente os destinos dos investimentos do Ministério da Educação [5].

¹pedro.barros@pos.ime.uerj.br

²reginalanzillotti@ime.uerj.br

³demoura@ime.uerj.br

2 Equações

O Conjunto Fuzzy (CF) caracteriza-se pelo universo de discurso mediante uma função de pertinência, onde cada elemento do conjunto está associado a um valor real de pertinência, conforme Zadeh [9]:

$$A = \{\langle x, \mu_A \rangle \mid x \in X\}, \quad (1)$$

onde $\mu_A : X \rightarrow [0, 1]$ é a função de pertinência do Conjunto Fuzzy A .

O Conjunto Fuzzy Intuicionista (CFI) concebido por Atanassov [2], é a generalização dos Conjuntos Fuzzy de Zadeh, agregando o conceito de hesitação, $\pi_A(x)$, segundo:

$$\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x), \quad \forall x \in X, \quad (2)$$

onde $\mu_A(x) \rightarrow [0, 1]$, $\nu_A(x) \rightarrow [0, 1]$ são os graus de pertinência e não pertinência de um elemento $x \in X$, em um conjunto A .

A função de ativação fuzzy $N(\mu(x))$, sugerida por Sugeno [6], é definida segundo:

$$N(\mu(x)) = g^{-1}(g(1) - g(\mu(x))), \quad (3)$$

onde $g(\cdot)$ corresponde à função de ativação $g : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, definida por:

$$N(\mu(x)) = \frac{1 - \mu(x)}{1 + \lambda\mu(x)}, \quad \lambda > 0. \quad (4)$$

O λ representa um parâmetro que é controlador do grau de suavidade da transição entre os valores de pertinência e não pertinência. Deste modo, a representação do conjunto fuzzy intuicionista A_{IFS} torna-se:

$$A_{IFS} = \left\{ (x, \mu_A(x), \frac{1 - \mu_A(x)}{1 + \lambda\mu_A(x)}) \mid x \in X \right\}, \quad (5)$$

por conseguinte, a hesitação é dada por:

$$\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \frac{1 - \mu_A(x)}{1 + \lambda\mu_A(x)}. \quad (6)$$

As diversas funções de ativação $a_j(x)$ apresentadas por Kosko [4] são:

- Quadrática:

$$a_j(x) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{x-m_j}{d_j}\right)^2, & \text{se } \left(\frac{x-m_j}{d_j}\right)^2 < 1, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (7)$$

- Cauchy:

$$a_j(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x-m_j}{d_j}\right)^2}. \quad (8)$$

- Hiperbólica Secante:

$$a_j(x) = \operatorname{sech}\left(\frac{x-m_j}{d_j}\right). \quad (9)$$

- Hiperbólica Tangente:

$$a_j(x) = 1 + \tanh\left(-\left(\frac{x-m_j}{d_j}\right)^2\right). \quad (10)$$

- Diferença tangente hiperbólica:

$$a_j(x) = \frac{1}{D_j} \left[\tanh\left(\frac{x - m_j + l_j}{d_j}\right) - \tanh\left(\frac{x - m_j - l_j}{d_j}\right) \right], \quad (11)$$

onde:

$$D_j = 2 \tanh\left(\frac{l_j}{d_j}\right), \quad l_j > 0, \quad (12)$$

sendo m_j a média aritmética da distribuição, d_j o desvio padrão e l_j o parâmetro de controle de largura da faixa de ativação da função.

A distância Hamming normalizada $l_{IFS}^1(A, B)$ entre dois CFIs A e B em $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ é definida por Szmidt e Kacprzyk [7], através da expressão:

$$l_{IFS}^1(A, B) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n (|\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i)| + |\nu_A(x_i) - \nu_B(x_i)| + |\pi_A(x_i) - \pi_B(x_i)|). \quad (13)$$

A razão de similaridade (Sim_{rule}) entre dois CFIs A e B é definida por Szmidt e Kacprzyk [7], segundo:

$$Sim_{rule} = \frac{l_{IFS}^1(A, B)}{l_{IFS}^1(A, B^C)}, \quad (14)$$

onde B^C é o complemento do CFI B . Se Sim_{rule} for reduzida, indica que a distância $l_{IFS}^1(A, B)$ entre os CFIs A e B é menor.

A similaridade cosseno entre dois CFIs A e B ($C_{IFS}(A, B)$) definida por Ye [8], tendo o ângulo $\theta(A, B)$ expresso em radianos, segundo a expressão da similaridade:

$$C_{IFS}(A, B) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\mu_A(x_i)\mu_B(x_i) + \nu_A(x_i)\nu_B(x_i)}{\sqrt{\mu_A^2(x_i) + \nu_A^2(x_i)}\sqrt{\mu_B^2(x_i) + \nu_B^2(x_i)}}, \quad (15)$$

$$\theta(A, B) = \arccos(C_{IFS}(A, B)). \quad (16)$$

3 Resultados

Os dados da tabela 1 disponibilizados pelo Inep subsidiaram o confronto taxonômico dos desempenhos referentes aos níveis de alfabetização segundo localidade (capital e interior) em autarquias públicas e privadas das Unidades da Federação RJ e SP. As simulações foram tratadas segundo as funções de ativação sugeridas por Kosko [4] e o Gerador Fuzzy Intuicionista (GFI) de Sugeno para $\lambda = 0, 2$, segundo a razão de similaridade de Szmidt e Kacprzyk [7] e os ângulos da similaridade cosseno de Ye [8].

Tabela 1: Níveis de proficiência na alfabetização do Rio de Janeiro e São Paulo segundo o setor de ensino e localidade.

Unidades da Federação	Setor Público		Setor Privado	
	Capital	Interior	Capital	Interior
Rio de Janeiro	38,37	21,01	100,00	73,88
São Paulo	39,35	39,18	85,95	83,18

Na Tabela 1 constam os níveis de proficiência na alfabetização mensurados pelo Saeb 2021 nas escolas públicas municipais da capital e interior de Rio de Janeiro e São Paulo. Pode-se evidenciar que no Rio de Janeiro foi o centro urbano que apresentou os melhores resultados, 38,37 e 100,00 para público e privado, sendo que a alfabetização no Interior do setor público municipal merece atenção dos educadores, pois o índice correspondeu a 21,01. Em São Paulo, a proficiência no ensino municipal da Capital e do Interior não divergiu, apresentando valores muito próximos, 39,35 e 39,18, respectivamente. Neste estado, verificou-se uma situação análoga para a alfabetização do setor privado, tendo a Capital um desempenho um pouco melhor, 85,95 em relação a 83,18. A fuzzificação foi estabelecida segundo a função de ativação Fuzzy de Sugeno [6] adotando $\lambda = 0,2$, sendo que os valores das pertinências foram colocados na Tabela 2. Estes valores permitiram obter a Medida de Similaridade, a Similaridade Cosseno e respectivo ângulo referente ao Rio de Janeiro e São Paulo segundo o setor de ensino privado e municipal nas localidades, Capital e Interior. Os maiores valores foram obtidos para São Paulo no Interior do Setor Público Municipal variando entre 0,87299 a 0,99696 para as funções de ativação Quadrática e Diferença Tangente Hiperbólica, observando-se o menor valor, 0,01680, para o setor privado no interior de São Paulo Função de ativação Tangente Hiperbólica. A função de ativação Diferença Tangente Hiperbólica foi a que apresentou valores assemelhados para São Paulo e Rio de Janeiro tanto na Capital quanto no Interior, mas para o setor público ocorreram valores de pertinências levemente diferenciados.

Tabela 2: Pertinências dos níveis de alfabetização do Rio de Janeiro e São Paulo segundo autarquia para as localidades, Capital e Interior.

Unidade da Federação	Setor Públíco Municipal		Setor Privado	
	Capital	Interior	Capital	Interior
Função de ativação Quadrática				
Rio de Janeiro	0.34187	0.27586	0.00000	0.00000
São Paulo	0.39982	0.87299	0.51198	0.00000
Função de ativação Cauchy				
Rio de Janeiro	0.60309	0.58000	0.48074	0.37386
São Paulo	0.62493	0.88730	0.67204	0.29537
Função de ativação Secante Hiperbólica				
Rio de Janeiro	0.74211	0.72231	0.62875	0.50995
São Paulo	0.76022	0.93969	0.79739	0.40823
Função de ativação Tangente Hiperbólica				
Rio de Janeiro	0.42288	0.38053	0.20676	0.06782
São Paulo	0.46282	0.87367	0.54736	0.01680
Função de ativação Diferença Tangente Hiperbólica				
Rio de Janeiro	0.98157	0.97934	0.96600	0.93854
São Paulo	0.98347	0.99696	0.98699	0.89679

A avaliação da similaridade entre os estados de RJ e SP, segundo a função de ativação diferença tangente hiperbólica, em relação ao ensino no setor privado da capital apresentou valor 0,99994; de forma semelhante, ao confrontar essas unidades da federação em relação ao ensino público municipal da capital, obtem-se o valor 1. A similaridade nos desempenhos entre as escolas municipais do interior, resultou em 0,99996, em contrapartida, ao valor de 0,99964 para as escolas privadas do interior. A Tabela 3 apresenta a análise da influência dos diferentes valores de λ adotados nos resultados de similaridade e ângulos de similaridade, entre os desempenhos relativos à alfabetização entre SP e RJ no Saeb 2021 [5].

Tabela 3: Similaridade Cosseno e respectivos ângulos, segundo λ .			
λ	Instituição de ensino	$C_{IFS}(SP, RJ)$	$\theta(SP, RJ)$
0,2	Público municipal da capital	1,00000	0,09454°
	Público municipal do interior	0,99989	0,86517°
	Privada da capital	0,99983	1,05940°
	Privada do interior	0,99911	2,41731°
18	Público municipal da capital	1,00000	0,00630°
	Público municipal do interior	1,00000	0,05558°
	Privada da capital	1,00000	0,06933°
	Privada do interior	1,00000	0,17475°

Na tabela 3, foram registradas as similaridades até a quinta ordem decimal e os respectivos ângulos segundo o valor de λ , que foram variados até alcançar similaridade unitária. A variação de λ atua, portanto, como um parâmetro de ajuste fino, modulando $\pi(x)$, e, consequentemente, $\nu(x)$, permitindo o maior alinhamento entre os CFI's A e B, e, por conseguinte, a maximização da similaridade entre ambos, ou seja, valor unitário, fornecendo um valor ótimo para λ . Nas similaridades em relação ao tipo de instituição de ensino quando fixado o $\lambda = 0,2$, o valor mais expressivo correspondeu às escolas públicas municipais da capital, índice que também foi obtido na simulação de diferentes valores até alcançar a similaridade unitária, quando o $\lambda = 18$. Neste caso, o ângulo obtido corresponde a 0,09454°. Contrapondo este cenário, as escolas privadas do interior apresentaram o maior ângulo 2,41731° referente a similaridade 0,99911. Este cenário em que as similaridades foram obtidas em função das pertinências e não pertinências, indicam desigualdade no ensino público da capital em relação ao ensino privado do interior. O ângulo de similaridade cosseno entre as escolas municipais da capital é cerca de dez vezes menor, demonstrando forte influência da regionalidade no aprendizado/leitura, o que pode vir a comprometer a aquisição de conhecimentos futuros. Ao analisar o setor privado, esta relação assume valor 2,28, o que indica menor discrepância capital/interior. Neste processo investigativo, $\lambda = 18$, na modelagem proposta, maximiza a similaridade com variações inferiores à ordem de 10^{-5} para similaridade de desempenho na alfabetização em taxonomias geográficas de oferta de ensino.

4 Conclusão

O Saeb 2021 forneceu o cenário da educação brasileira em um ano de diversas incertezas uma vez que a educação estava imersa em diversos desafios: evasão escolar, ensino híbrido e muitas das normativas sanitárias mundiais ainda estavam em vigor. Neste contexto, o atendimento ao parágrafo único do artigo 211 da [1] ainda merece atenção. Segundo consta no § 4º, é necessário garantir a qualidade e a equidade da educação. Neste trabalho é realizado um reconhecimento de padrão para os níveis de alfabetização entre as duas megalópoles brasileiras, RJ e SP. Pode-se identificar a função de ativação Diferença Tangente Hiperbólica, segundo o modelo de Sugeno para o valor de $\lambda = 18$, é o que retorna o valor maximizante das similaridades. A análise sob a ótica dos Conjuntos Fuzzy Intuicionistas para o Sistema de Informações Gerenciais – SIG Inep/MEC [3] expôs e quantificou a discrepância no processo de alfabetização, observada através dos ângulos de similaridade maiores nas escolas privadas da capital e interior, em relação aos respectivos ângulos para o ensino público municipal da capital e interior, entre SP e RJ. Pode-se concluir, portanto, a inconformidade com o § 4º do artigo 211 da [1], tendo em vista a alta influência da taxonomia, e os baixos rendimentos registrados na educação pública municipal (principal autarquia responsável pela alfabetização escolar).

5 Considerações Finais

A avaliação da equidade e qualidade de oferta no processo de alfabetização fornece o insumo quali-quantitativo para o MEC/Governo Federal na busca pela adoção de medidas que visem a melhoria no ensino público brasileiro. A perspectiva futura é aplicar esta proposta metodológica às demais Unidades da Federação e outras autarquias públicas, estadual e com as regionalidades capital e interior, além de outras disciplinas como Língua Portuguesa e Matemática, com o intuito de verificar o cumprimento do artigo 211 da Constituição Federal, sobretudo do § 4º [1].

Referências

- [1] Congresso Constituinte 1988. **Constituição Federal**. 1st ed. Brasil: Senado Federal, 2024. ISBN: 9783642291265.
- [2] K. T. Atanassov. **Intuitionistic Fuzzy Sets**. 6th ed. Berlin: Springer, 2012. ISBN: 9786556764023.
- [3] Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Planilhas de Resultados (Brasil, estados e municípios) | Saeb 2021 (Atualizado em 1/2/2024 – inclusão da taxa de alfabetização)**. Online. Accessed on 05/02/2025, <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb/resultados>.
- [4] B. Kosko. **Neural Networks and Fuzzy Systems: A Dynamical Systems Approach to Machine Intelligence**. 1 ed. New Jersey: Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs Publisher, Arts et Sciences, 1992. ISBN: 9780136114352.
- [5] R. S. Lanzillotti e P. H. A. Barros. “Diagnosis of the quality of Brazilian basic education in municipal networks”. Em: **ARACÉ** 6.2 (2024), pp. 487–501. DOI: 10.56238/arev6n2-001.
- [6] M. Sugeno. **Fuzzy Measures and Fuzzy Integral: A Survey**. 1 ed. The Netherlands: North-Holland Publishing Company, 1977. ISBN: 0444002316.
- [7] E. Szmidt e J. Kacprzyk. “Distances between intuitionistic fuzzy sets”. Em: **Fuzzy Sets and Systems** 114.3 (2000), pp. 505–518. DOI: 10.1016/S0165-0114(98)00244-9.
- [8] J. Ye. “Distances between intuitionistic fuzzy sets”. Em: **Mathematical Computation Modelling** 53 (2011), pp. 91–97. DOI: 10.1016/j.mcm.2010.07.022.
- [9] L. A. Zadeh. “Fuzzy Sets”. Em: **Information and Control** 8.3 (1965), pp. 338–353. DOI: 10.1016/S0019-9958(65)90241-X.