Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 11, n. 1, 2025.

Trabalho apresentado no XLIII CNMAC, Centro de Convenções do Armação Resort - Porto de Galinhas - PE, 2024

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Simulações Numéricas da Equação de Schrödinger com Laplaciano Fracionário

Samuel F. Oliveira[1], Denise B. Duczmal[2], Luccas C. Campos[3]
DMAT/UFMG, Belo Horizonte, MG

A Equação de Schrödinger com Laplaciano Fracionário é uma equação diferencial parcial não local com comportamento dispersivo. Tal equação foi inicialmente introduzida como uma generalização da integral do caminho de Feynman sobre trajetórias de Lévy, mas recentemente, também foi derivado como o limite contínuo de um sistema de rede microscópico com interações de longo alcance. Tal equação também aparece em alguns modelos de dinâmicas de ondas em águas.

O problema a ser estudado é da forma:

$$\begin{cases} i\varepsilon \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \varepsilon^{\alpha}(-\Delta)^{\alpha/2}u(x,t) + \beta|u(x,t)|^{2\sigma}u(x,t), \quad t > 0 \\ u(x,0) = \psi(x) \end{cases} \tag{1}$$

onde $u(x,t)$ é uma função que assume valores complexos, $i = \sqrt{-1}$ é a unidade imaginária, $x \in \mathbb{R}^d$, $t \geq 0$, $0 < \varepsilon \leq 1$ e $\sigma > 0$. O parâmetro $\beta \in \mathbb{R}$ descreve o quão fortes são as interações não-lineares de curto alcance. Por fim, o laplaciano fracionário $-(-\Delta)^{\alpha/2}$ é definido via transformada de Fourier por: $-(-\Delta)^{\alpha/2}u = \mathcal{F}^{-1}(-|\xi|^{\alpha}\mathcal{F}(u))$ para $\alpha > 0$, onde $\mathcal{F}$ e $\mathcal{F}^{-1}$ denotam, respectivamente, a transformada de Fourier e a sua inversa. Tal equação tem a propriedade de preservar importantes quantidades como a massa e a energia.

O presente trabalho tem por objetivo a realização de simulações numéricas da equação (1) a fim de estudar seu comportamento local e global. As análises propostas estão baseadas em [1] e serão feitas em dimensão 1 ($d = 1$) para diversos valores dos parâmetros acima descritos. Devido a não localidade e a não linearidade da equação, as simulações serão feitas via métodos Fourier-Espectrais como o "Split-step Fourier spectral method"(SSFS) e o "Crank–Nicolson Fourier spectral method"(CNFS), métodos conhecidos na literatura e que possuem por característica a preservação de propriedades importantes, como a massa discreta (preservada por ambos os métodos) e a energia (no caso do métodos CNFS).

Agradecimentos

A Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) e a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG).

Referências

[1] S. Duo e Y. Zhang. “Mass-conservative Fourier spectral methods for solving the fractional nonlinear Schrödinger equation”. Em: **Computers and Mathematics with Applications** 71.11 (2016), pp. 2257–2271. DOI: 10.1016/j.camwa.2015.12.042.

[1] samuelfelipeoyy@gmail.com
[2] bulgarelli@ufmg.br
[3] luccas@ufmg.br