

Simulação Numérica de Colisões de Sólitons da KdV na Reta e na Semirreta

Francisco A. Paranhos¹, Jean B. R. Sarmiento², Denise Bulgarelli³, Lucas Campos⁴
ICEX/UFMG, Belo Horizonte, MG

Ondas solitárias são um tipo de onda que se propaga em uma dimensão sem sofrer alterações na forma e com velocidade constante. Esse fenômeno foi descoberto pelo cientista escocês **John Scott Russel** em **1834**, enquanto observava um barco se deslocando no canal de **Edimburgo-Glasgow** [9]. Após a primeira observação, o cientista conduziu diversos experimentos utilizando tanques d'água e pesos, confirmando que as ondas solitárias possuem as propriedades descritas acima. Sólitons são um tipo de onda solitária com uma propriedade particular [8]: são soluções de equações diferenciais dispersivas não-lineares e, se a equação possuir integrabilidade completa [5], a colisão entre os sólitons é elástica, ou seja, não ocorrem deformações nem mudanças de velocidade. Neste estudo, analisaremos colisões entre sólitons que são soluções da equação de **Korteweg-de Vries** (KdV), que descreve a propagação de ondas na superfície de um canal raso, e pode ser escrita na forma:

$$u_t + u_{xxx} - 6uu_x = 0. \quad (1)$$

O termo sóliton foi cunhado pelos matemáticos **Martin Zabusky** e **Norman Kruskal**, que observaram o fenômeno pela primeira vez durante simulações numéricas da KdV em **1965**. O nome deriva do grego, e se deve ao comportamento semelhante a partículas que esse tipo de onda possui. Desde então, o fenômeno é bastante investigado, devido, principalmente, às aplicações na física [6] e na engenharia [7]. Um exemplo é o uso de fibra ótica para o fluxo de informação. Nesse contexto, é desejável que o sinal percorra uma longa distância sem se dispersar ou sofrer grandes deformações. Portanto, é interessante estudar-se ondas com tais propriedades como os sólitons.

Este estudo tem como objetivo analisar colisões entre sólitons na **reta real** \mathbb{R} e colisões entre sólitons e a **fronteira** na semirreta formada por \mathbb{R}^- . Isso se deve ao interesse em buscar entendimento qualitativo a respeito das eventuais diferenças entre o comportamento das soluções nessas duas situações [3]. Para a simulação será utilizado o método de **diferenças finitas** [2] [4]. A implementação será feita nas linguagens **C** e **C++** e os resultados encontrados serão apresentados de maneira gráfica, seguidos de uma discussão. [1]

Agradecimentos

À Universidade Federal de Minas Gerais, ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq, através do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica - PIBIC

¹franciscoa@ufmg.br

²jeanberly@ufmg.br

³bulgarelli@ufmg.br

⁴lucas@ufmg.br

Referências

- [1] M. Akdi e M. B. Sedra. “Numerical Simulation of KdV equation”. Em: **Adv. Studies Theor. Phys.** Vol. 7 (2013), no. 9, 407–418.
- [2] A. bæcklund e D. Weston. “Analytical and Numerical Study of Soliton Collisions”. Em: **Royal Institute of Technology (KTH)** (2010).
- [3] M. Cavalcante e C. Muñoz. “Stability of KdV solitons on the half-line”. Em: **Revista Matemática Iberoamericana** 35 (2019). DOI: 10.4171/RMI/1102.
- [4] G. H Golub e J. M Ortega. **Scientific Computing and Differential Equations: An Introduction to Numerical Methods**. Boston: Academic Press, 1992. ISBN: 0122892550.
- [5] Y. Martel e F. Merle. “Inelastic interaction of nearly equal solitons for the quartic gKdV equation”. Em: **Inventiones mathematicae** 183 (2011), pp. 563–648. DOI: 10.1007/s00222-010-0283-6.
- [6] NobelPrize.org. **The Nobel Prize in Physics 2009**. Online. Acessado em 26/03/2024, <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2009/summary/>.
- [7] Phys.org. **Solitons could power molecular electronics, artificial muscles**. Online. Acessado em 27/03/2024, <https://phys.org/news/2006-07-solitons-power-molecular-electronics-artificial.html>.
- [8] M. Remoissenet. **Waves Called Solitons: Concepts and Experiments**. 2a ed. Berlim: Springer-Veriag, 1996. ISBN: 978-3-540-60502-7.
- [9] J. S Russel. **Report on Waves**. The British Assoc. for the Advancement of Science, 1845.