

Aplicação dos modelos de Malthus e Verhulst no cálculo da população de Alagoas de anos não recenseados: uma relação entre teoria e prática

Enaldo V. Melo¹, Arlyson A. Nascimento², Diogo M. S. Castro³, Maria L.S. Lima⁴

IFAL, Maceió, AL

Rinaldo V. S. Junior⁵

Ceca/Ufal, Rio Largo, AL

Modelos populacionais são muito importantes para a previsão de suas dinâmicas. A partir deles são desenvolvidas estratégias para atender demandas da sociedade, como planejamentos econômicos e sociais. Como ferramentas da modelagem [1], estimam o crescimento ou o declínio de diversos tipos de população.

Neste contexto, apresentamos os resultados de uma pesquisa exploratória que, objetivando apresentar aos estudantes da área de exatas relações entre teoria e prática, analisou a dinâmica populacional de Alagoas de 1950 a 2010 para estimar a sua população em 1990 e 2020, anos em que não ocorreu o censo oficial. Para isto utilizamos o modelo de Malthus,

$$P_m(t) = P_0 \cdot e^{rt} \quad (1)$$

em que $P_m(t)$ é o número de indivíduos de uma população no instante t ; r é a taxa de crescimento ou decréscimo intrínseca; e P_0 é a dimensão da população no instante inicial. Ambos os parâmetros, r e P_0 são obtidos por ajuste linear [4] (este modelo é bastante usado em populações em que não há interferência de fatores externos como guerra, pandemia, bem como para previsões em curto espaço temporal); e o modelo de Verhulst,

$$P_v(t) = \frac{P_0 \cdot k}{(k - P_0) \cdot e^{-rt} + P_0} \quad (2)$$

onde, P_0 é a condição inicial da população; r é taxa intrínseca de crescimento da população; $P_v(t)$ é o número de indivíduos de uma população no instante t ; $k = \lim_{t \rightarrow \infty} P_v(t)$ é a capacidade de suporte, ou seja, o limite máximo que o ambiente consegue suportar. Os parâmetros k e r são determinados por ajuste linear [4]. No processo de modelagem [1] foi utilizado ajustes lineares [2], e os *softwares* Excel e Geogebra na otimização dos cálculos e comparações gráficas. Assim, após os ajustes, e seguindo as orientações do trabalho realizado por Pinheiro [4], o modelo Malthusiano obtido foi

$$P_m(t) = 1104792,32 \cdot e^{0,018484043t} \quad (3)$$

e o Verhulstiano,

$$P_v(t) = \frac{1093137,4934747}{3841610 \cdot e^{-0,031532092t} + 1093137} \quad (4)$$

¹enaldo.melo@ifal.edu.br

²arlyson.nascimento@ifal.edu.br

³diogo.castro@ifal.edu.br

⁴mssl1@aluno.ifal.edu.br

⁵rinaldo.silva@ceca.ufal.br

Logo, aplicando os modelos (3) e (4) para estimar a população de Alagoas no intervalo de 1950 a 2023 aos dados dos censos realizados pelo Instituto de Geografia e Estatística (IBGE) no período de 1950 a 2010 [3], obtivemos a tabela (Tabela 1) com os dados populacionais previstos para cada modelo.

Tabela 1: População prevista com os modelos de Malthus e Verhulst

Ano	IBGE	Malthus	Verhulst
1950	1093137	1104792	1093137
1960	1271062	1329094	1384658
1970	1606174	1598936	1719133
1980	2011875	1923562	2086908
1990	...	2314096	2472856
1991	2512991	2357268	2511752
2000	2819172	2783919	2858536
2010	3120494	3349128	3225556
2011	3213606	3411609	3260611
2013	3247527	3540090	3329649
2020	3351092	4029089	3558924
2021	3364895	4104256	3589992
2023	3391204	4258822	3650796

Na Tabela acima verifica-se que o modelo de Malthus tem uma aproximação bastante significativa com os dados populacionais divulgados pelo IBGE, isso quando aplicado nos dados censitários de 1950 a 2010. Entretanto, observa-se que a partir de 2010 essa diferença vai ficando cada vez mais relevante. Observa-se ainda que o modelo de Verhulst tem boas aproximações, antes e depois de 2010, aos dados populacionais resultantes do censo e das estimativas do IBGE.

Portando, através da modelagem matemática, valendo-se dos modelos de Malthus e Verhulst, obtivemos para os anos de 1990 e 2020, respectivamente, 2.314.096 e 4.029.089 pessoas com o primeiro modelo e 2.472.856 e 3.558.924 com o segundo. Comparativamente às estimativas oficiais [3], concluímos que para dados até 2010 o modelo malthusiano é mais pertinente, enquanto que o verhulstiano é mais assertivo para períodos mais longos.

Por fim, destacamos a importância do estudo para os estudantes da área de exatas, uma vez que se tem a relação de conceitos aprendidos em sala de aula à prática. Acreditamos que dessa forma, estamos promovendo uma melhor aprendizagem.

Referências

- [1] R. C. Bassanezi. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 1a. ed. Campinas: Contexto, 2002.
- [2] F. Chein. **Introdução aos modelos de regressão linear: um passo inicial para compreensão da econometria como uma ferramenta de avaliação de políticas públicas**. Brasília: Enap, 2019.
- [3] IBGE. **Banco de tabelas estatísticas**. Disponível em: <https://sidra.ibge.gov.br>.
- [4] A. N. C. F. Pinheiro. “Modelos de crescimento populacional – teoria e aplicação a dados demográficos de São Tomé e Príncipe”. Dissertação de mestrado. Faculdade De Ciências, Departamento de Estatística e Investigação Operacional, Universidade de Lisboa, 2021.