Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 11, n. 1, 2025.

Trabalho apresentado no XLIII CNMAC, Centro de Convenções do Armação Resort - Porto de Galinhas - PE, 2024

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Oscilador Harmônico Fracionário × Movimento Resistivo

Thiago M. Marchesin[1] Dennis M. De Souza[2] Rubens F. Camargo[3]
Unesp, Bauru, SP

O Cálculo de ordem não inteira, também conhecido como Cálculo Fracionário (CF), de fato possui uma história interessante e uma relevância crescente na matemática e em diversas áreas de aplicação. Sua origem remonta aos trabalhos pioneiros de Leibniz e Newton no século XVII, porém, sua formalização e estudo sistemático só ganharam destaque no final do século passado [2].

Até a década de 1970, havia poucas publicações sobre o tema, mas a primeira conferência internacional em New Haven, EUA, coordenada por B. Ross em 1974, marcou um ponto de virada significativo. A partir daí, houve um aumento substancial no interesse e na pesquisa nessa área [2].

Na década de 1990, houve uma verdadeira explosão de publicações e o estabelecimento de diversas revistas especializadas dedicadas ao Cálculo Fracionário. Atualmente, o CF é uma área da matemática bem estabelecida e altamente propícia à pesquisa, tanto na análise matemática quanto em suas aplicações em várias disciplinas [2].

O crescimento do CF se deve, em grande parte, ao fato de que ele se mostrou uma ferramenta poderosa na análise de diversos fenômenos. Suas funções e propriedades possuem características únicas que complementam e ampliam aquelas do cálculo integro-diferencial de ordem inteira, permitindo uma compreensão mais profunda e precisa de muitos sistemas físicos, biológicos, econômicos e outros [1].

Existem muitas formas de se introduzir a modelagem fracionária e muitos cuidados que devem ser tomados, tais como questões dimensionais, operadores a serem utilizados, análises físicas e biológicas dos modelos e motivações para a utilização das derivadas fracionárias. Uma análise ampla destes cuidados pode ser vista no livro [2] e no artigo [3].

Muitos autores defendem a ideia de que, ao substituir uma derivada de ordem inteira por uma fracionária, em um modelo dado por uma equação diferencial, podemos encontrar, para um valor específico da derivada, uma descrição mais precisa ou refinada do evento, visto que pode-se embutir, na ordem da derivada, os efeitos dos parâmetros negligenciados na modelagem usual e, como a derivada fracionária é um operador não local, estamos, automaticamente, incorporando efeitos de memória. Provavelmente, o exemplo mais claro do que foi descrito é o oscilador harmônico fracionário (com derivada de Caputo) [1], mostrado na Figura 1, que vem da generalização fracionária do oscilador harmônico simples e que tem como resposta, um oscilador harmônico amortecido que apresenta também variação na frequência, o que é visto como um importante aprimoramento dos modelos clássicos.

[1]thiago.m.marchesin@unesp.br
[2]dennis.muniz@unesp.br
[3]rubens.camargo@unesp.br

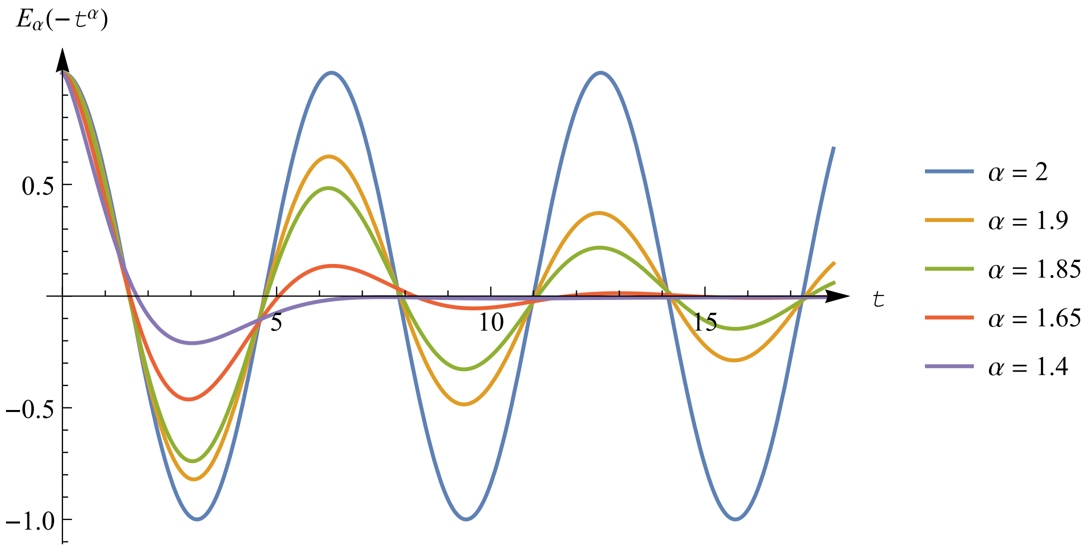

Figura 1: Oscilador Harmônico Fracionário, para Diferentes Ordens da Derivada Fracionária $1 < \alpha \leq 2$. Fonte da Figura: Dos autores.

Um questionamento natural que se faz, após observar a eficácia do CF, neste específico problema do oscilador harmônico (no qual foi possível embutir na ordem da derivada o efeito do atrito e incorporar os efeitos de memória, responsáveis pela variação na frequência) é: *Para qual classe de fenômenos podemos utilizar a mesma metodologia?* Neste trabalho mostramos que para o problema específico do movimento resistivo isto não é possível, isto é, considerando o movimento de queda livre, sem atrito, em sua versão fracionária não temos como resposta a queda livre com atrito, ou seja, o movimento resistivo. Tendo esta análise inicial apresentamos, com detalhes outros tipos de problema.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Fapesp, processo 2023/03164-6, pelo auxílio financeiro e ao grupo de pesquisa CF@FC - Cálculo Fracionário e Aplicações por importantes discussões teóricas e práticas e ao parecerista do CNMAC pelas valiosas sugestões, que tanto contribuiram para a forma final deste resumo.

Referências

[1] L. Debnath. “Recent applications of fractional calculus to science and engineering”. Em: **Int J Math Math Sci** (2003). 3413–3442. DOI: 10.1155/S0161171203301486.

[2] R. F. Camargo e E. C. Oliveira. **Cálculo Fracionário**. 1a. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2015. ISBN: 9788578613297.

[3] F. L. P. Dos Santos e R. F. Camargo. L. C. Cardoso. “Unexpected behavior of Caputo fractional derivative”. Em: **Computational and Applied Mathematics** (2016). 1–11. DOI: 10.1007/s40314-015-0301-9.

