

Equação Telegráfica Aplicada à Invasão Biológica

Talita C. Pessoa¹, Eliandro R. Cirilo², Paulo L. Natti³, Neyva M. L. Romeiro⁴
PGMAC/UEL, Londrina, PR

O processo de invasão biológica se refere ao movimento de migração e de crescimento de organismos em uma região específica [4]. São exemplos desse fenômeno a propagação de doenças, a invasão de habitats naturais por espécies exóticas, a migração celular, entre outros.

Neste trabalho examinamos um processo de invasão (experimento) chamado ensaio de ranhura (*In Vitro Healing Essay*), que consiste na análise da variação de densidade celular (ou simplesmente crescimento da cultura de células) em uma placa de Petri [1]. Após a incubação, parte das células que cobrem a superfície da placa é retirada por meio de raspagem, criando um espaço vazio de células na placa denominado ferida, ver a Figura 1 ilustrativa.

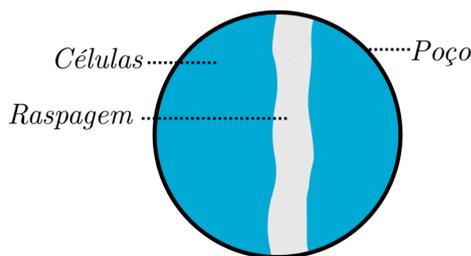


Figura 1: Ensaio de ranhura. Fonte: adaptado de Pedro Godoi (2021)

A equação diferencial reativa-telegráfica pode ser usada para descrever processos de invasão biológica como o mencionado neste trabalho, modelando assim a variação de densidade no domínio de estudo com o passar do tempo [2]. Considerando um espaço de duas dimensões com as componentes x, y em um tempo t , e seja $F(S)$ uma função que determina a dinâmica populacional do organismo invasor em estudo, a equação diferencial reativa-telegráfica é escrita sob a forma

$$\tau \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} + \left(1 - \tau \frac{dF(S)}{dS}\right) \frac{\partial S}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + F(S), \quad (1)$$

tal que $\tau = \frac{1}{2\lambda}$, $D_x = \frac{v_x^2}{2\lambda}$ e $D_y = \frac{v_y^2}{2\lambda}$. O termo τ é definido como o tempo de retardo e indica a reação ao movimento [3]. O parâmetro λ modela a taxa de inversão do movimento.

O objetivo do presente trabalho é estudar a taxa com que as células crescem até ocuparem o espaço vazio na placa novamente, o que corresponde a um processo de invasão biológica.

¹talita.carvalho@uel.br

²ercirilo@uel.br

³plnatti@uel.br

⁴nromeiro@gmail.com

Criamos um código computacional em GFORTRAN que resolve numericamente a equação governante submetida às condições auxiliares. Especificamente, é construída uma malha computacional do domínio de estudo na placa de Petri, e a solução numérica do problema indica quais partes da malha contém a cultura de células e quais estão vazias, isto é, a densidade $S(x, y, t)$ em cada parte.

Os primeiros resultados numéricos foram promissores e sinalizam que as modelagens: matemática, computacional e numérica estão de acordo por conta da precisão obtida pelas métricas que avaliam a convergência na solução. No entanto, estamos trabalhando no ajuste fino da modelagem das velocidades v_x^2 e v_y^2 , porque desejamos aprimorar a modelagem matemática do ensaio de ranhura. Agora caminhamos nesta direção.

Agradecimentos

Expressamos nossos agradecimentos ao Programa de Iniciação Científica e Mestrado (PICME), realizado pelo IMPA e pela CAPES, que por meio de apoio financeiro possibilitou a realização deste estudo.

Referências

- [1] V. M. Almeida, M. A. Bezerra Jr., J. C. Nascimento e L. M. F. Amorim. “Anticancer drug screening: standardization of in vitro wound healing assay”. Em: **Jornal Brasileiro de Patologia e Medicina Laboratorial** 55.6 (2019), pp. 148–149. DOI: 10.5935/1676-2444.20190054.
- [2] E. Cirilo, S. Petrovskii, N. Romeiro e P. Natti. “Investigation into the Critical Domain Problem for the Reaction-Telegraph Equation Using Advanced Numerical Algorithms”. Em: **Int. J. Appl. Comput. Math** 5.54 (2019). DOI: 10.1007/s40819-019-0633-z.
- [3] P. H. V. De Godoi. “Modelagem Matemática da Invasão Biológica Didimensional Via Equação Telefônica”. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Londrina, 2021.
- [4] M. A. Lewis, S. V. Petrovskii e J. R. Potts. **The Mathematics Behind Biological Invasions**. Vol. 44. 2016. ISBN: 978-3-319-32042-7. DOI: 10.1007/978-3-319-32043-4.