

Modelagem Matemática da Dispersão de Poluentes via Equação Diferencial Parcial da Difusão-Advecção

Ludmila V. R. Rocumba,¹ Graciele P. Silveira²
DFQM/UFSCar, Sorocaba, SP

Com o aumento da industrialização e da urbanização tornou-se mais comum o surgimento de problemas ambientais, relacionados diretamente ao despejo inadequado de poluentes. Aliada aos aprendizados relacionados a um manejo adequado de resíduos e aos avanços da tecnologia, a modelagem matemática constitui-se numa alternativa que pode auxiliar nas previsões sobre como um determinado poluente deve se portar ao longo de um intervalo de tempo, contribuindo para tomadas de decisões e conseqüente minimização dos danos ao ambiente.

O modelo matemático utilizado neste trabalho, para a descrição do processo de dispersão de um poluente em um meio aquático, foi a equação diferencial parcial da difusão-advecção, descrita matematicamente por

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \Delta u - \vec{W} \nabla u - \sigma u + f, \quad (1)$$

em que α é o coeficiente de difusão, \vec{W} o vetor campo de velocidades, σ o parâmetro de decaimento e f a fonte poluidora. Com esta equação é possível obter a taxa de concentração do poluente $u(x, y, t)$, em um instante de tempo t , num ponto (x, y) [1, 2].

O termo σu relaciona-se ao decaimento, representando a diminuição da concentração do poluente por agentes naturais. O termo $\alpha \Delta u$ representa a difusão, ou seja, o espalhamento do poluente de uma região de maior concentração para uma de menor concentração. Por último, o termo advectivo do transporte $\vec{W} \nabla u$, representa o movimento do poluente ao longo do domínio [3].

Nesta pesquisa, o termo advectivo foi constituído por dois diferentes fatores, a saber, os ventos e a correnteza atuando sobre a região estudada. O valor utilizado para os ventos que irão influenciar no domínio, foi multiplicado por um coeficiente de proporcionalidade c , comumente considerado na literatura como 3% [4].

O método de diferenças finitas foi usado para tratar numericamente a equação (1), considerando o esquema Upwind para o termo advectivo do transporte. Posteriormente, a expressão obtida foi implementada computacionalmente na linguagem Python, para a obtenção dos resultados. As soluções numéricas foram apresentadas por meio de gráficos, a fim de facilitar a visualização das mesmas.

Na Figura 1 é possível observar a condição inicial em (a), um estado intermediário (após 15 dias) em (b) e por fim, em (c) a situação obtida considerando um intervalo de tempo de 30 dias transcorridos. Para os parâmetros de decaimento e de dispersão foram adotados os valores fornecidos por [1].

Este cenário implementado possui difusibilidade baixa, com coeficiente de difusibilidade $\alpha = 0,1 \text{ km}^2/\text{h}$. Ademais, os ventos possuem velocidade de $10,57 \text{ km/h}$ na direção nordeste.

¹ludmilarocumba@estudante.ufscar.br

²graciele@ufscar.br

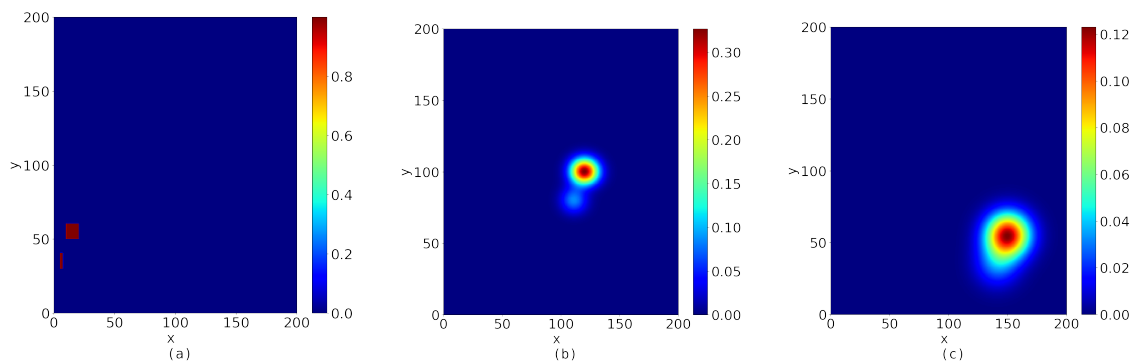


Figura 1: Solução numérica para: (a) condição inicial, (b) condição intermediária com $t = 15$ dias e (c) condição final com $t = 30$ dias. Fonte: Autoria própria.

Note que, na Figura 1 as duas manchas iniciais do poluente se juntam, formando uma única área de poluição ao final do tempo de simulação. Apesar da predominância dos ventos ocorrer na direção nordeste, a mancha do poluente no tempo final se locomove para baixo, quando comparada ao tempo intermediário, demonstrando o maior impacto dos valores de correnteza em seu deslocamento.

A modelagem matemática apresentada permitiu realizar previsões, analisar o deslocamento, a movimentação e a dispersão do poluente, demonstrando ser viável a elaboração de estudos e estratégias para a contenção e limpeza do poluente, podendo vir a minimizar, portanto, os prejuízos ambientais enfrentados.

Agradecimentos

Agradeço a Universidade Federal de São Carlos - UFSCar e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq, pela bolsa de estudos de iniciação científica que permite a continuação deste trabalho.

Referências

- [1] G. L. Diniz. “Dispersão de Poluentes num Sistema Ar-Água: Modelagem, aproximações e aplicações”. Tese de doutorado. FEEC/UNICAMP, 2003.
- [2] L. Edelstein-Keshet. **Mathematical Models in Biology**. Philadelphia: SIAM, 2005. ISBN: 0-89871-554-7.
- [3] N. F. Inforzato. “Dispersão de Poluentes num Sistema Ar-Água: Modelagem matemática, aproximação numérica e simulação computacional”. Tese de doutorado. IMEEC/UNICAMP, 2008.
- [4] R. F. Oliveira. “O Comportamento Evolutivo de uma Mancha de Óleo na Baía de Ilha Grande, RJ: Modelagem, análise numérica e simulações”. Tese de doutorado. IMEEC/UNICAMP, 2003.