

# Análise de Correlação dos Parâmetros de Entrada em um Modelo de Qualidade da Água

Maiquison Friguis<sup>1</sup>, Ana Clara B. Barreto<sup>2</sup>, Mateus F. Truglio<sup>3</sup>, Thayane F. Azevedo<sup>4</sup>, Welfer M. de Melo<sup>5</sup>

IFF, Cabo Frio, RJ

**Resumo.** A água é essencial para a sustentação da vida humana, e sua disponibilidade adequada depende tanto da quantidade quanto da qualidade. O monitoramento da qualidade da água é crucial para entender sua potabilidade e outros aspectos importantes. Contudo, essa tarefa é complexa devido à influência de vários fatores. Nesse contexto, a modelagem matemática, por meio de índices de qualidade da água, pode auxiliar nessa análise. Este trabalho não só apresenta um índice de qualidade da água, mas também realiza uma análise de sensibilidade local e correlação dos parâmetros que compõem esse índice.

**Palavras-chave.** Índice de Qualidade da Água, Análise de Sensibilidade, Modelagem Matemática

## 1 Introdução

Os recursos hídricos estão sofrendo uma deterioração significativa devido ao uso inadequado da terra e à emissão de poluentes nos corpos d'água [6]. A degradação vem ocorrendo gradualmente, destacando a necessidade de monitoramento constante da qualidade da água [2]. Esse monitoramento é essencial para identificar o nível de degradação ao longo do tempo, e é feito analisando parâmetros físicos, químicos e biológicos. No contexto ambiental, o monitoramento da qualidade da água ajuda a identificar os impactos positivos das práticas de conservação na bacia hidrográfica, mostrando a eficácia das intervenções [8].

Embora o monitoramento seja uma realidade, as ferramentas de análise ainda são demasiadamente caras e inacessível para pessoas não especializadas. Nesse sentido, surgem os Índices de Qualidade da Água (IQA) permitindo que o monitoramento da qualidade da água esteja disponível para um número maior de interessados. Esses índices são ferramentas matemáticas que combinam diversos parâmetros em uma única medida, representando o nível geral de qualidade da água. O uso de IQA é prático e direciona os programas de monitoramento, pois ajudam a sintetizar grandes conjuntos de dados analíticos de forma compreensível, descrevendo o estado atual e as tendências da qualidade da água de maneira significativa.

O IQA desempenha um papel crucial na interpretação de dados, fornecendo uma avaliação dos resultados que é fundamental para o monitoramento e gestão ambiental. Ele serve como uma ferramenta valiosa na tomada de decisões relacionadas aos recursos hídricos, facilitando a comunicação clara entre profissionais e o público. Através do IQA, as informações sobre a qualidade e localização da poluição são transmitidas de maneira compreensível, promovendo uma maior conscientização e engajamento [3].

---

<sup>1</sup>maiquison.friguis@iff.edu.br

<sup>2</sup>clbarreto6@gmail.com

<sup>3</sup>mateusfrugilio@gmail.com

<sup>4</sup>Tfa0202@gmail.com

<sup>5</sup>welferpb@gmail.com

A análise de sensibilidade e correlação desempenham um papel crucial no desenvolvimento, validação e otimização de modelos matemáticos, ajudando a entender melhor o comportamento do sistema modelado e a tomar decisões mais informadas [5]. Os métodos de análise de sensibilidade podem ser divididos em dois grupos: métodos de análise locais e globais, enquanto o primeiro faz uma análise das entradas do modelo em um ponto específico no espaço, o segundo tipo tomam as sensibilidades em múltiplos pontos no espaço de entrada.

Neste trabalho utiliza-se um método local de análise de sensibilidade baseado em derivadas parciais aplicado a um modelo de índice de qualidade da água.

## 2 Modelo matemático para o índice de Qualidade da Água

Com base em um estudo realizado em 1970 pela National Sanitation Foundation dos Estados Unidos [4], a Companhia Ambiental do Estado de São Paulo (CETESB) adaptou e desenvolveu o  $I$  (Índice de Qualidade das Águas), que incorpora nove parâmetros considerados relevantes para a avaliação da qualidade das águas, com ênfase na sua utilização para abastecimento público.

A criação do  $I$  foi fundamentada em uma pesquisa de opinião conduzida junto a especialistas em qualidade de águas, os quais indicaram as variáveis a serem avaliadas, seus pesos relativos e a condição de cada parâmetro. Das 35 variáveis inicialmente propostas para avaliação da qualidade da água, apenas nove foram selecionadas. O  $I$  é calculado pelo produtório ponderado de notas atribuídas a cada parâmetro de qualidade de um conjunto de nove indicadores ( $q_i$ ).

$$I = \prod_{i=1}^9 q_i^{p_i} \tag{1}$$

onde  $q_i$  qualidade do parâmetro  $i$  obtido através da curva média específica de qualidade [7] e  $p_i$  peso atribuído ao parâmetro, em função de sua importância na qualidade, conforme a Tabela 1.

Tabela 1: Parâmetros do índice  $I$  e respectivos pesos.

$i$	Parâmetro ( $q_i$ )	Peso ( $p_i$ )
1	Oxigênio dissolvido	0,17
2	Coliformes termotolerantes	0,15
3	Potencial hidrogeniônico (pH)	0,12
4	Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO)	0,10
5	Temperatura da água	0,10
6	Nitrogênio total	0,10
7	Fósforo total	0,10
8	Turbidez	0,08
9	Resíduo total	0,08

Após os cálculos a água pode ser classificada como:

Tabela 2: Qualificação da qualidade da água.

Valor de $I$	Qualificação
80 - 100	Ótima
52 - 79	Boa
37 - 51	Regular
20 - 36	Ruim
0 - 19	Péssima

Uma vez definido o modelo para cálculo do índice de qualidade da água e seus parâmetros de entrada, a análise de sensibilidade permite verificar se o modelo matemático é sensível a algum parâmetro, e quais desses estão possivelmente correlacionados, implicando em dependência linear. Os coeficientes de sensibilidade são dados por:

$$X_i = \frac{\partial I}{\partial q_i}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

onde cada  $X_i$  é a medida de sensibilidade do modelo  $I$  em relação a cada parâmetro de entrada  $q_i$  e  $N$  é o número de parâmetros de entrada.

Como o modelo  $I$  é relativamente simples, as derivadas parciais acima podem ser calculadas analiticamente e analisadas em todo domínio de definição do modelo. A análise da correlação entre os diferentes parâmetros é feita pelo coeficiente:

$$W_{i,j} = \frac{X_i}{X_j}, \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad e \quad i \neq j \quad (3)$$

onde  $W_{i,j}$  diferente de constante implica que os parâmetros não estão correlacionados.

### 3 Resultados e Discussões

Para analisar o comportamento dos coeficientes de sensibilidade e de correlação foram utilizados os seguintes valores para os parâmetros [1]:

Tabela 3: Valores utilizados para análises.

Parâmetro	Valor
Oxigênio dissolvido	80
Coliformes termotolerantes	80
Potencial hidrogeniônico (pH)	70
Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO)	43
Temperatura da água	70
Nitrogênio total	95
Fósforo total	95
Turbidez	75
Resíduo total	75

De posse do modelo dado pela Equação (1) foram calculados os respectivos coeficientes de sensibilidade, visto que cada parâmetro de qualidade está definido no intervalo  $[0, 100]$ , plotou-se o gráfico de cada um dos coeficientes  $X_i$  conforme pode ser observado na Figura 1. É possível observar que os coeficientes de sensibilidade apresentam um comportamento muito semelhante e o parâmetro com maior sensibilidade é o oxigênio dissolvido que tem também o maior peso no modelo. Também é possível observar que parâmetros com pesos iguais possuem o mesmo nível de sensibilidade.

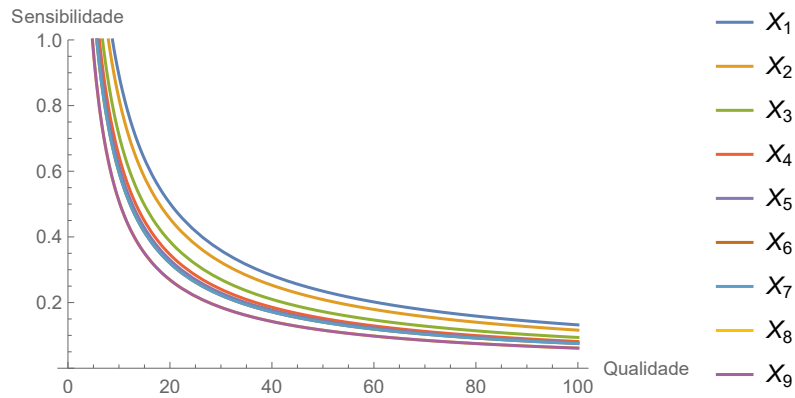


Figura 1: Sensibilidade do Parâmetros. Fonte: dos autores

Na Figura 2 é possível observar que boa parte dos parâmetros de entrada não estão correlacionados principalmente para valores de qualidade inferiores a 20, porém cabe ressaltar que embora o comportamento de  $W$  não seja constante, chega muito próximo a isso. Por outro lado, observa-se que, embora os valores de qualidade Tabela 3 sejam diversos, parâmetros que possuem o mesmo peso ficam correlacionados como é o caso de DBO, temperatura, nitrogênio e fósforo.

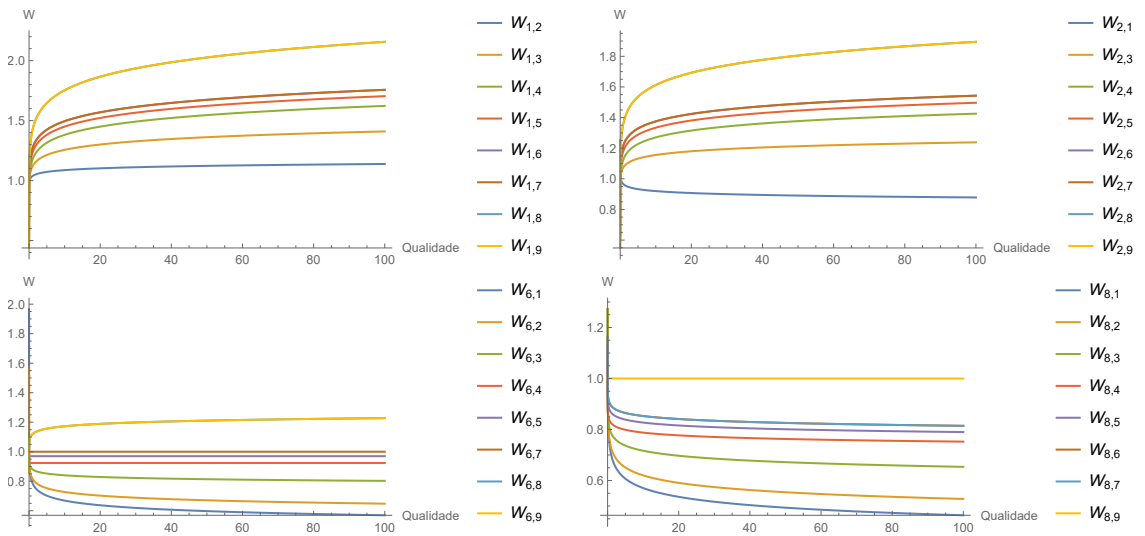


Figura 2: Correlação entre os Parâmetros. Fonte: dos autores

## 4 Considerações Finais

O monitoramento da qualidade da água através de índices representa uma ferramenta valiosa, facilitando a acessibilidade a essa importante análise. Em particular, o índice modificado pela Companhia Ambiental do Estado de São Paulo destaca-se como uma opção viável, especialmente no contexto da potabilidade da água. Para aprimorar ainda mais o entendimento do modelo utilizado e sugerir melhorias futuras, a análise de sensibilidade desempenha um papel crucial. Neste trabalho,

foi proposta uma análise de sensibilidade local e correlação dos parâmetros do modelo, revelando uma sensibilidade local aos parâmetros de entrada. Em fases posteriores, planeja-se realizar uma análise de sensibilidade global para obter insights mais conclusivos sobre a sensibilidade do modelo como um todo.

## Agradecimentos

Os autores agradecem ao Instituto Federal Fluminense Campus Cabo Frio e ao apoio do CNPq e FAPERJ.

## Referências

- [1] K. C. D. Ferreira, F. B. Lopes, E. M. de Andrade, A. C. M. Meireles e G. S. Silva. “Adaptação do índice de qualidade de água da National Sanitation Foundation ao semiárido brasileiro”. Em: **Revista Ciência Agrônômica** 46 (2015), pp. 277–286.
- [2] G. H. Merten e J. P. Minella. “Qualidade da água em bacias hidrográficas rurais: um desafio atual para a sobrevivência futura”. Em: **Agroecologia e desenvolvimento rural sustentável** 3.4 (2002), pp. 33–38.
- [3] J. Molozzi, A. Pinheiro e M. R. Silva. “Qualidade da água em diferentes estádios de desenvolvimento do arroz irrigado”. Em: **Pesquisa agropecuária brasileira** 41 (2006), pp. 1393–1398.
- [4] R. Noori, R. Berndtsson, M. Hosseinzadeh, J. F. Adamowski e M. R. Abyaneh. “A critical review on the application of the National Sanitation Foundation Water Quality Index”. Em: **Environmental Pollution** 244 (2019), pp. 575–587.
- [5] G. Qian e A. Mahdi. “Sensitivity analysis methods in the biomedical sciences”. Em: **Mathematical biosciences** 323 (2020), p. 108306.
- [6] A. C. F. Tavares, J. F. L. de Moraes, S. F. Adami, F. L. Neto e M. de Morisson Valeriano. “Expectativa de degradação dos recursos hídricos em microbacias hidrográficas com auxílio de sistemas de informação geográfica”. Em: **Acta Scientiarum. Agronomy** 25.2 (2003), pp. 417–424.
- [7] Companhia de Tecnologia de Saneamento Ambiental. **Índices de qualidade das águas interiores do Estado de São Paulo**. 2006.
- [8] L. G. de Toledo e G. Nicolella. “Índice de qualidade de água em microbacia sob uso agrícola e urbano”. Em: **Scientia Agricola** 59 (2002), pp. 181–186.