

## Simulação numérica do escoamento em geometria *cross-slot* usando modelos reológicos integrais

Marcos M. C. Leão<sup>1</sup>  
 PPGEM - UFPA, Belém, PA  
 Manoel Silvino B. de Araujo<sup>2</sup>  
 PPGEM, ICEN-UFPA, Belém, PA

O *cross-slot* é uma geometria em formato de cruz, formada por quatro canais, sendo dois de entrada e dois de saída. Sabe-se que nestas geometrias, para entradas nos canais opostos, existe um ponto de estagnação no qual o escoamento é altamente extensional [1].

Resultados experimentais realizados por Arratia et al. [2] mostram que o escoamento em um micro canal *cross-slot* com baixo número de Reynolds ( $Re$ ), de uma solução polimérica flexível, pode apresentar dois tipos de instabilidade, uma na qual o escoamento permanece estacionário mas torna-se espacialmente assimétrico, e uma outra instabilidade na qual o escoamento torna-se não estacionário e com flutuações não periódicas com o tempo. Poole et al. [3] mostraram que a assimetria estacionária pode ser prevista numericamente utilizando o modelo convectivo superior de Maxwell (modelo UCM), que é o modelo diferencial mais simples capaz de capturar muitas características de escoamentos elásticos. Seus resultados foram obtidos para  $Re = 0$  e com diferentes números de Deborah ( $De$ ). Posteriormente, Cruz et al. [1] obtiveram vários resultados de referência utilizando diferentes modelos constitutivos diferenciais, mostrando que as instabilidades podem surgir com vários desses modelos.

Nesta pesquisa apresentamos os resultados da simulação numérica do escoamento na geometria *cross-slot* utilizando os modelos reológicos integrais K-BKZ [4] e UCM. A implementação numérica utiliza o método de volumes finitos a partir de uma modificação do solver `icofoam`, no software de código aberto OpenFOAM [5]. A validação do código é feita a partir da comparação entre o modelo UCM integral e os resultados do modelo diferencial apresentado por Cruz et al. [1]. A solução considera que o escoamento é incompressível e isotérmico com efeitos de inércia desprezíveis ( $Re \rightarrow 0$ ), o que equivale a não considerar o termo convectivo nas equações de conservação de momento linear. Assim, as equações a serem resolvidas numericamente são a equação de conservação de massa,  $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ , juntamente com a equação de conservação de quantidade de movimento,  $\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}$ . Em que  $\rho$  é a densidade,  $\mathbf{u}$  é o vetor velocidade,  $p$  a pressão e  $\boldsymbol{\tau}$  é o tensor tensão, dado pelo modelo constitutivo. Investigamos o aparecimento de instabilidades no estado estacionário com assimetria espacial ao utilizar o modelo K-BKZ e UCM na forma integral.

O modelo constitutivo K-BKZ é dado por

$$\boldsymbol{\tau}(t) = \int_{-\infty}^t \frac{\eta_0}{\lambda^2} e^{-\frac{t-t'}{\lambda}} \frac{\alpha}{\alpha - 3 + \beta I_1 + (1 - \beta) I_2} \mathbf{B}(t, t') dt' \quad (1)$$

em que  $\eta_0$  é a viscosidade a baixas taxas de cisalhamento,  $t$  e  $t'$  são o tempo atual e o tempo decorrido, respectivamente,  $\lambda$  é o tempo de relaxação do fluido,  $\mathbf{B}(t, t')$  é o tensor de Finger,  $I_1$  e  $I_2$  são o primeiro e segundo invariantes de  $\mathbf{B}$ , respectivamente, e os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  dependem do fluido e são obtidos, em geral, experimentalmente.

<sup>1</sup>mleao@ufpa.br

<sup>2</sup>silvino@ufpa.br

A solução numérica da equação (1) precisa considerar a história de deformação, descrita pelo tensor de Finger  $\mathbf{B}(t, t')$ . Nesta pesquisa usamos a metodologia desenvolvida por Araujo [6] com a adaptação ao OpenFOAM como em Araujo et al. [7]. O modelo convectivo superior de Maxwell na sua forma integral surge a partir da equação (1) ao desconsiderarmos os efeitos da função amortecimento que multiplica o tensor de Finger. Assim, o modelo toma a forma  $\boldsymbol{\tau}(t) = \int_{-\infty}^t \frac{\eta_0}{\lambda^2} e^{-\frac{t-t'}{\lambda}} \mathbf{B}(t, t') dt'$ . Os resultados numéricos mostram boa concordância com os dados apresentados por Cruz et al. [1] para o modelo UCM integral em diferentes malhas estruturadas, com diferentes níveis de refinamento. A fig. 1 mostra uma comparação entre os modelos diferencial e integral para a malha M1, menos refinada.

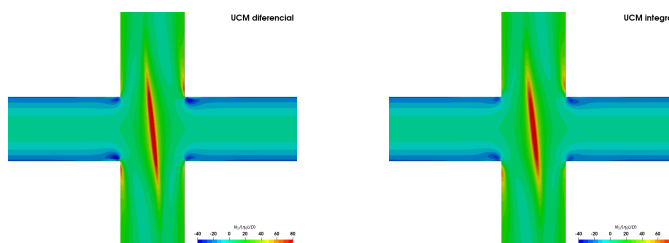


Figura 1: Contorno mostrando a primeira diferença de tensões normais normalizada:  $(\tau_{yy} - \tau_{xx})/(\eta_0 U D)$ . O número de Deborah para esta caso é  $De = 0.33$ . Do lado esquerdo temos o modelo diferencial e do lado direito o modelo integral feito neste trabalho.

## Agradecimentos

Os autores agradecem à Universidade Federal do Pará e ao Centro de Computação de Alto Desempenho (CCAD) da UFPA pela utilização dos seus recursos computacionais.

## Referências

- [1] F.A. Cruz, R.J. Poole, A.M. Afonso, F.T. Pinho, P.J. Oliveira e M.A. Alves. “A new viscoelastic benchmark flow: Stationary bifurcation in a cross-slot”. Em: **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics** 214 (2014), pp. 57–68.
- [2] P. E. Arratia, C. C. Thomas, J. Diorio e J. P. Gollub. “Elastic Instabilities of Polymer Solutions in Cross-Channel Flow”. Em: **Phys. Rev. Lett.** 96 (14 2006), p. 144502.
- [3] R. J. Poole, M. A. Alves e P. J. Oliveira. “Purely Elastic Flow Asymmetries”. Em: **Phys. Rev. Lett.** 99 (16 2007), p. 164503.
- [4] B. Bernstein, E. A. Kearsley e L. J. Zapas. “A Study of Stress Relaxation with Finite Strain”. Em: **Transactions of The Society of Rheology** 7.1 (1963), pp. 391–410.
- [5] H. G. Weller, G. R. Tabor, H. Jasak e C. Fureby. “A tensorial approach to computational continuum mechanics using object-oriented techniques”. Em: **Computers in Physics** 12 (1998), pp. 620–631.
- [6] M. S. B de Araújo. “Extensão de GENSMAC para escoamentos de fluidos governados pelos modelos integrais Maxwell e K-BKZ”. Tese de doutorado. Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - USP, 2006.
- [7] M.S.B. Araujo, C. Fernandes, L.L. Ferras, Z. TukoviĆ, H. Jasak e J.M. Nobrega. “A stable numerical implementation of integral viscoelastic models in the OpenFOAM®computational library”. Em: **Computers & Fluids** 172 (2018), pp. 728–740.