

Modelagem Matemática de um Ecossistema Presa-Predador Protocooperativo/Mutualista

Vitor Hugo Muniz Oliveira,¹ João Frederico da Costa Azevedo Meyer²
 UNICAMP, Campinas, SP

Este trabalho foi desenvolvido com o objetivo de apresentar um modelo matemático de um sistema de equações de diferenças que podem ser encontradas em [1] e [2], que demonstra aspectos de um ecossistema mutualista/protocooperativo. Para tal estudo, analisamos as espécies Anu-Branco ($A(t)$), Carrapato ($C(t)$) e Vaca ($V(t)$). Essas espécies interagem da seguinte forma: o Anu-Branco se alimenta dos Carrapatos que parasitam no dorso das Vacas e ainda completa sua alimentação com o bolo fecal delas. Enquanto isso, os Carrapatos parasitam as Vacas, transmitindo doenças e podendo levá-las a morte.

O sistema de equações de diferenças desenvolvido para descrever esse ecossistema é composto pelas equações (1)-(3):

$$A(t+1) = A(t) \cdot \left(1 + (\alpha - d) + b \cdot C(t) - \frac{A(t)}{K} \right) \quad (1)$$

$$C(t+1) = C(t) \cdot \left(1 + (e - h) + f \cdot V(t) - g \cdot A(t) - \frac{C(t)}{L} \right) \quad (2)$$

$$V(t+1) = V(t) \cdot \left(1 + (n - \gamma) - j \cdot C(t) - \frac{V(t)}{M} \right) \quad (3)$$

A seguir, serão apresentados o significado biológico e o valor dos parâmetros que foram utilizados para obter a coexistência das três espécies que pode ser observada na Figura 1:

- $\alpha = 0.009$ é a taxa de nascimento de $A(t)$;
- $d = 0.01$ é a taxa de morte natural de $A(t)$;
- $b = 0.007$ é a proporção do predador $A(t)$ que aumentou se alimentando da presa $C(t)$;
- $K = 700$ é a capacidade de suporte de $A(t)$;
- $e = 0.065$ é a taxa de nascimento de $C(t)$;
- $h = 0.04$ é a taxa de morte natural de $C(t)$;
- $f = 0.00008$ é a proporção de $C(t)$ que aumentou parasitando $V(t)$;
- $g = 0.009$ é a proporção da presa $C(t)$ que diminuiu sendo alimento do predador $A(t)$;
- $L = 80000$ é a capacidade de suporte de $C(t)$;
- $n = 0.017$ é a taxa de nascimento de $V(t)$;

¹v264980@dac.unicamp.br

²jmeyer@unicamp.br

- $\gamma = 0.007$ é a taxa de morte natural de $V(t)$;
- $j = 0.00001$ é a proporção de $V(t)$ que diminuiu devido ao parasita $C(t)$;
- $M = 200$ é a capacidade de suporte de $V(t)$.

Esse sistema foi implementado no software GNU Octave [3], onde foram realizadas 3000 iterações partindo das condições iniciais $A(0) = 1$, $C(0) = 10$ e $V(0) = 1$. A evolução do número de indivíduos de cada uma das espécies é apresentada na Figura 1.

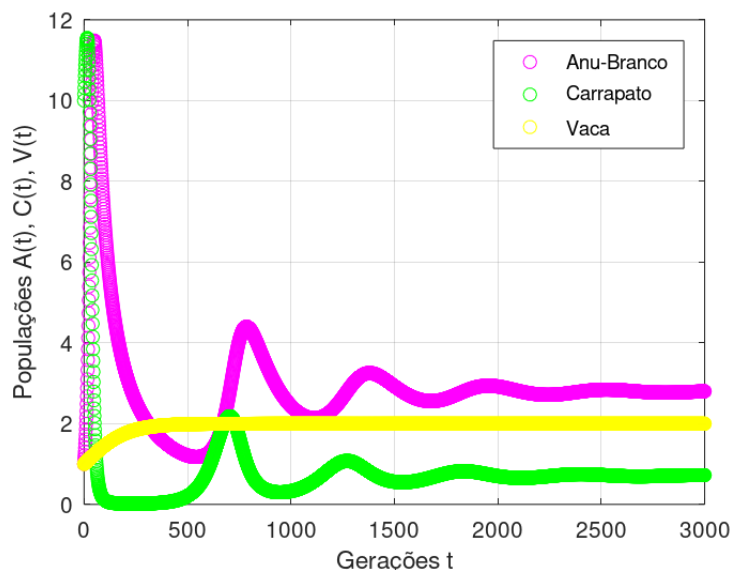


Figura 1: Evolução das espécies $A(t)$, $C(t)$ e $V(t)$. Fonte: Desenvolvida pelo autor no GNU Octave.

Podemos observar que as populações tem suas devidas oscilações de acordo com suas populações iniciais, mas no decorrer das gerações vão criando uma certa estabilidade e se mantêm estáveis. Inicialmente, há um grande aumento do número de Carrapatos, que possibilita o crescimento da população do seu predador Anu-Branco, o que causa consequentemente uma redução da população de Carrapatos e uma nova diminuição do número de Anus-Brancos. Após algumas oscilações, nota-se que as populações de Anus-Brancos, Carrapatos e Vacas estabilizam próximo dos valores 2.79455, 0.713174 e 1.99857, respectivamente. Isso acontece porque é um sistema ecológico de protocooperação/mutualismo entre as espécies que convivem no mesmo ambiente e acabam se beneficiando através da predação natural.

Referências

- [1] L. Edelstein-Keshet. **Mathematical Models in Biology**. 1st. ed. Philadelphia: SIAM, 2005. ISBN: 0898715547.
- [2] J. D. Murray. **Mathematical Biology: I. An Introduction**. 3rd. ed. New York: Springer, 2002. ISBN: 0387952233.
- [3] J. W. Eaton. **GNU Octave**. Versão 8.1.0 Released. Acessado em 31/03/2023, <https://octave.org/>. 1998-2023.