Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 3, N. 1, 2015.
Trabalho apresentado no XXXV CNMAC, Natal-RN, 2014.

Soluções otimizadas via Algoritmo Genético para o controle do mosquito transmissor da Dengue

Luiz G. Lyra, **Helenice de O. F. Silva**, **Fernando L. P. dos Santos**,

Daniela R. Cantane
Depto. de Bioestatística, IBB, UNESP,
18618-970, Botucatu, SP
E-mail: {lglyra,helenice,flpio,dcantane}@ibb.unesp.br

Resumo: *Neste trabalho é apresentado estratégias otimizadas como propostas para o controle do mosquito transmissor da Dengue. Estas estratégias foram obtidas por meio do desenvolvimento do Algoritmo Genético (AG) capaz de resolver o problema de otimização proposto. O modelo matemático baseia-se em Thomé, 2007, [4]. Este modelo descreve a dinâmica de mosquitos nas fases aquática e alada e considera variáveis de controles químicos, por inseticidas, e biológico, pela inserção de mosquitos machos estéreis no meio ambiente, [1, 3]. Soluções otimizadas para as variáveis de controle sugeridas pelo AG proposto são apresentadas. O AG aqui proposto mostrou ser uma ferramenta versátil e de grande aplicabilidade no controle das populações de mosquitos.*

Palavras-chave: *Aedes aegypti, controle ótimo, controle químico, controle biológico, mosquitos estéreis.*

1 Introdução

A Dengue é uma doença febril causada pelo vírus do gênero Flavivírus da família Flaviviridae. A transmissão ocorre pela picada do mosquito fêmea, do gênero *Aedes aegypti*, contaminada por este vírus. Atualmente há quatro sorotipos: DEN-1, DEN-2, DEN-3 e DEN-4. Tal enfermidade é característica de regiões tropicais e subtropicais; Em particular, no Brasil, sua incidência tem crescido nas últimas décadas, [6]. O ciclo de vida do *Aedes aegypti* é compreendido por duas fases: aquática (ovo, larva e pupa) e alada (mosquito adulto). Devido à grande resistência dos ovos do *Aedes* às épocas secas, aliada às condições favoráveis ao seu desenvolvimento, sua erradicação ainda está longe de ser atingida. Assim, a única forma é estabelecer mecanismos de controle da doença que reduzam a população do mosquito transmissor. Atualmente, os mecanismos de controles existentes são: químico (uso de inseticidas), biológico (inserção de organismos vivos no meio ambiente) e mecânico (remoção de criadouros). O objetivo principal deste trabalho é obter estratégias otimizadas para o controle da Dengue. Para atingir este objetivo é proposto um AG que permite um amplo espaço de busca de soluções no problema e a inserção de valores de referências na resposta final e, de fácil implementação.

2 Modelo Matemático

Neste trabalho considera-se o modelo matemático desenvolvido e amplamente discutido por Thomé, [4, 5]. Com base neste modelo, tem-se o seguinte problema de otimização:

DOI: 10.5540/03.2015.003.01.0071

$$\text{Minimizar } J = J[u_1, u_2] = \frac{1}{2}\int_0^T (c_1u_1^2 + c_2u_2^2 + c_3F^2 - c_4S^2)dt, \tag{1}$$

sujeito a

$$\begin{aligned}
&\frac{dA}{dt} = \phi\left(1 - \frac{A}{C}\right)F - (\gamma + \mu_A)A \\
&\frac{dI}{dt} = r\gamma A - \left[\frac{\beta M}{M+S} + \frac{\beta_S S}{M+S} + (\mu_I + u_1)\right] I \\
&\frac{dF}{dt} = \frac{\beta M I}{M+S} - (\mu_F + u_1)F \\
&\frac{dM}{dt} = (1-r)\gamma A - (\mu_M + u_1)M \\
&\frac{dS}{dt} = u_2 - (\mu_S + u_1)S \\
&R = \frac{\phi r \gamma \beta}{(\gamma + \mu_A)(\beta + \mu_I)\mu_F} \\
&A(0) = A_0 = \frac{C(R-1)}{R} \\
&I(0) = I_0 = \frac{r\gamma A_0}{\mu_I + \beta} \\
&F(0) = F_0 = \frac{(\gamma + \mu_A)CA_0}{\phi(C - A_0)} \\
&M(0) = M_0 = \frac{(1-r)\gamma A_0}{\mu_M} \\
&S(0) = S_0 = 0 \\
&u_1 \geq 0 \\
&u_2 \geq 0,
\end{aligned} \tag{2}$$

sendo T é o período de uso do controle; c_1, c_2, c_3 e c_4 são as importâncias relativas do custo com inseticidas, da produção de mosquitos estéreis, do número de fêmeas fertilizadas e de preservação de mosquitos estéreis, respectivamente; $R = \frac{\phi r \beta}{(\gamma+\mu_A)(\beta+\mu_I)\mu_F}$ é a taxa de reprodutividade que mede o potencial máximo de reprodução de uma doença infecciosa; $R > 1$ representa o equilíbrio endêmico estável. A variável de estado U, relacionada aos mosquitos fêmeas não-fertilizadas, é desacoplada do sistema dinâmico, (2) e dada por:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\beta_S S I}{M+S} - (\mu_U + \mu_1)U. \tag{3}$$

As taxas de mortalidade per capita dos mosquitos são μ_A na fase aquática; μ_I para fêmeas imaturas; μ_F para fêmeas fertilizadas; μ_U para fêmeas não-fertilizada; μ_M para machos naturais; μ_S para machos estéreis. A taxa de oviposição da fêmea fertilizada F é proporcional a sua densidade, depende do número de criadouros e é dada por $\phi\left(1 - \frac{A}{C}\right)$, sendo ϕ a taxa de oviposição intrínseca; C é a capacidade do meio relacionada com o número de nutrientes e espaço. Os mosquitos na fase aquática A passam para a fase alada com uma taxa per capita γ, onde uma proporção r são de fêmeas e $(1-r)$ são de machos. A mudança de fase das fêmeas imaturas I para as fases fertilizadas F e não-fertilizadas U depende principalmente do número de encontros com os machos naturais M e com os machos estéreis S (irradiados). A probabilidade de encontro entre uma fêmea I com um macho natural M é dada por $\frac{M}{M+S}$. A taxa per capita com que as fêmeas são fertilizadas é dada por $\frac{\beta M}{M+S}$, sendo β a taxa de acasalamento dos mosquitos naturais. A probabilidade de encontro de um macho estéril S com uma fêmea I não depende apenas do número de mosquitos machos irradiados e é dada por $\frac{pS}{M+S}$, em que $0 \leq p \leq 1$ é a proporção com que os mosquitos estéreis são colocados nos locais adequados. A taxa de acasalamento efetiva dos mosquitos estéreis é dada por $q\beta$, com $0 \leq q \leq 1$, sendo q a redução do interesse em acasalamento do mosquito macho após o processo de irradiação. A taxa per capita com que as fêmeas I são fertilizadas pelos mosquitos estéreis S é dada por $\frac{\beta_S S}{M+S}$, em que $\beta_S = pq\beta$.

Finalmente, u_2 é a taxa em que a população de mosquitos estéreis S são colocadas no meio ambiente. A Figura 1 abaixo ilustra a dinâmica completa. Propõe-se a resolução do problema de controle ótimo mono-objetivo (1)-(2) e da Eq. (3) com uso de heurísticas. A Equação (1) representa a medida de desempenho do controle. Portanto, neste problema de controle ótimo, o objetivo é minimizar o valor do funcional J. Discute-se, assim, o AG proposto para resolução deste problema.

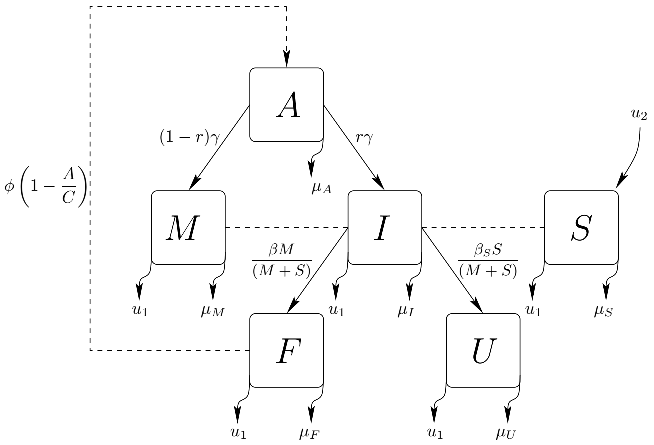

Figura 1: Diagrama da dinâmica populacional considerando as populações A, I, F, M, S e U; u_1 e u_2 são os controles químico e biológico, respectivamente.

3 Algoritmo Genético proposto

Nesta seção apresentamos um Algoritmo Genético (AG) para resolução do problema de controle ótimo mono-objetivo (1)-(2), que consiste em determinar (u_1^*, u_2^*) que minimiza $J[u_1, u_2]$ sujeito às restrições propostas, [2]. Os passos a seguir resumem o AG.

Passo 1 [Indivíduos]: definir a estrutura do indivíduo, ou cromossomo, (u_1, u_2);

Passo 2 [População inicial]: gerar aleatoriamente uma populacao de n indivíduos;

Passo 3 [Avaliação]: Calcular a aptidão de cada indivíduo da população, isto é, calcular a função *fitness*, f_i, para cada $u_i = (u_1, u_2)_i$:

$$f_i = \frac{1}{J[u_i]\ P_i} \ ,$$

sendo $P_i = \begin{cases} 1, & \text{se } u_i \text{ é factível,} \\ 10^5, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

$J[u_i]$ é o valor da função objetivo avaliada em u_i, obtido pelo método clássico de integração numérica 1/3 de Simpson Generalizada.

Passo 4 [Elite]: Armazenar os indivíduos de melhor aptidão no conjunto nomeado Elite;

Passo 5 [Seleção]: Selecionar $ps\%$ de indivíduos da população e armazenar na população intermediária para o cruzamento (próximo passo);

Passo 6 [Crossover]: Fazer o cruzamento dois a dois entre os indivíduos selecionados no Passo 5;

Passo 7 [Mutação]: Selecionar com a probabilidade pm os indivíduos da população que sofrerão mutação;

Passo 8 [Nova população]: Selecionar os n indivíduos de melhor aptidão dentre a população intermediária e a população anterior;

Passo 9 [Avaliação]: Calcular a aptidão de cada indivíduo da população e atualizar o conjunto Elite;

Passo 10 [Critério de parada]: Se o critério de parada for satisfeito (número de gerações), vá para o Passo 11; Caso contrário, vá para o Passo 5.

Passo 11 [Fim]: A solução é o melhor indivíduo u_i presente no conjunto Elite.

Dessa forma, as propriedades deste algoritmo são: (i) fácil de ser implementado; (ii) permite inserir novas restrições ao problema, sem dificultar sua resolução. Assim, pode-se inserir valores de referências sobre as saídas dos estados (A, I, F, M, S e U) do sistema (2), satisfazendo (i) e (ii). Considerando o estado F, seja F_{fixo} o tamanho máximo de fêmeas fertilizadas para um dado tempo t_{fixo}. Com isso, $F(t) \leq F_{fixo}$, para todo $t \geq t_{fixo}$, é uma restrição fundamental no processo de controle. Como consequência imediata, tem-se que o crescimento desta população será, assim, controlado. A seção seguinte apresenta os resultados obtidos por meio do AG proposto neste trabalho.

4 Resultados

A Tabela 1 apresenta os parâmetros utilizados no problema de otimização (1)-(2). Utilizando estes parâmetros, obtêm-se as condições iniciais apresentadas na Tabela 2. Estas condições traduzem o equilíbrio do sistema e pior situação da doença para $R > 1$. Assim, o controle é aplicado quando a população de mosquitos é densa. As Tabelas 3 e 4 mostram, respectivamente, o valor para a restrição sobre F e os parâmetros utilizados no AG. Na Tabela 4, T é o período de uso do controle; G é o número de gerações; n é o número de indivíduos da população; P é a penalização imposta aos indivíduos infactíveis; K é o número de elementos da elite; $ps\%$ é a porcentagem de indivíduos selecionados para o crossover e pm é a probabilidade de um indivíduo sofrer mutação.

Tabela 1: Parâmetros utilizados no modelo, [4].

C	γ	ϕ	r	β	μ_A	μ_I	μ_F	μ_U	μ_M
13	0,07	0,5	0,5	1	0,05	0,05	0,05	0,05	0,1

Tabela 2: Condições iniciais utilizadas, [4].

A(0)	I(0)	F(0)	M(0)	S(0)
8,3200	0,2773	5,5467	2,9120	0

Tabela 3: Parâmetros para a restrição em F.

t_{fixo}	F_{fixo}
30	0,3

Tabela 4: Parâmetros utilizados no Algoritmo Genético.

T	G	n	P	K	$ps\%$	pm
120	1000	500	10^5	50	80%	0,05

Tabela 5: Parâmetros utilizados nos coeficientes c_i, $i = 1, \ldots, 4$.

c_1	c_2	c_3	c_4
1	1	1	1

DOI: 10.5540/03.2015.003.01.0071

Com base em [2], normaliza-se as parcelas do funcional J, tal que tenham a mesma magnitude. Os coeficientes c_i, $i = 1, \ldots, 4$, são dados conforme a Tabela 5. As equações diferencias que descrevem a dinâmica das populações de mosquitos é resolvido aplicando-se o método de Runge-Kutta de quarta ordem. O problema de controle ótimo, bem como o AG proposto foi implementado em linguagem C. Para esta implementação foi utilizado o período de tempo T igual a 120 dias. Para avaliar a aplicabilidade e a versatilidade do AG em sugerir estratégias otimizadas de controle de mosquitos, elaborou-se as situações 1 e 2 abaixo.

Situação 1: $u_1(t)$ e $u_2(t)$ constantes em períodos de aplicação de 10 em 10 dias ao longo do tempo T.

As Figuras 2 e 3 mostram as variáveis de controle $u_1(t)$ e $u_2(t)$, respectivamente, sugeridas de forma otimizada pelo AG aqui proposto. Estes valores são então utilizados na resolução do sistema (2). As Figuras 4 e 5 mostram os efeitos desses controles na dinâmica da população de mosquitos fêmeas. Em particular, pode-se notar o decrescimento da população de fêmeas fertilizadas, Figura 4.

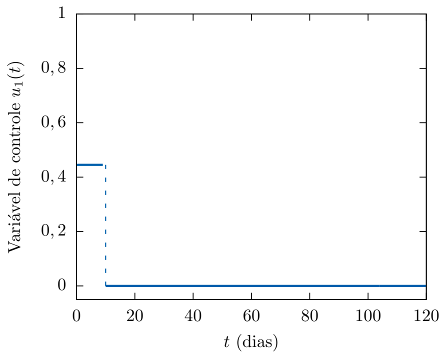

Figura 2: Variável de controle $u_1(t)$ referente ao investimento com inseticida.

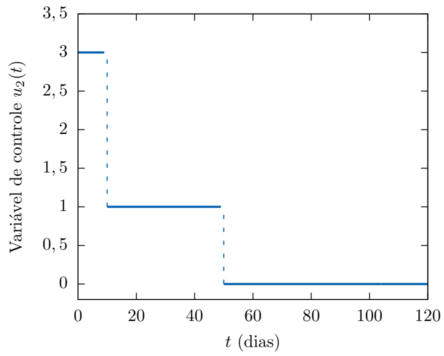

Figura 3: Variável de controle $u_2(t)$ referente ao investimento com mosquitos machos estéreis.

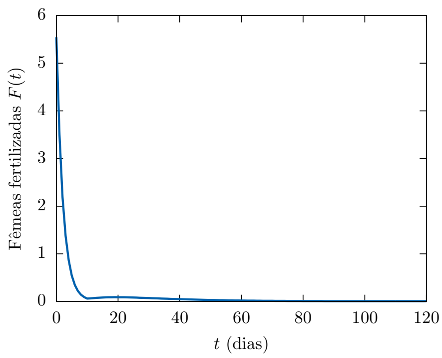

Figura 4: População de mosquitos fêmeas fertilizadas F.

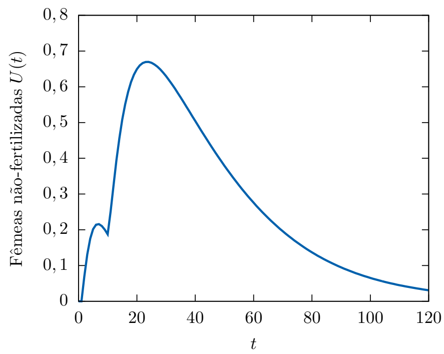

Figura 5: População de mosquitos fêmeas não-fertilizadas U.

Situação 2: Iniciar com $u_1(t)$ e $u_2(t)$ constantes. Neste caso, o AG determina a melhor forma de aplicação.

Nesta situação, o AG sugere a quantidade que se deve aplicar de cada controle e o melhor período de aplicação. Aqui, AG aponta que quando o investimento de um dos controles é alto, o outro deve ser baixo. Este comportamento pode ser visto nas Figuras 6 e 7 que apontam altos valores para $u_2(t)$ e baixos valores para $u_1(t)$, no período entre 30 e 120 dias. Isto resulta em

DOI: 10.5540/03.2015.003.01.0071

baixos investimentos na aplicação desses controles e mostra a versatilidade do AG aqui proposto. As Figuras 8 e 9 mostram os efeitos desses controles na dinâmica da população de mosquitos fêmeas. Novamente, é possível notar o decrescimento da população de fêmeas fertilizadas, Figura 8.

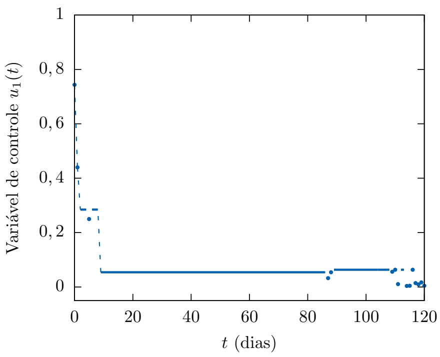

Figura 6: Variável de controle $u_1(t)$ referente ao investimento com inseticida.

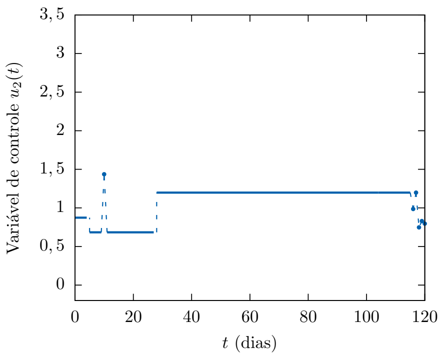

Figura 7: Variável de controle $u_2(t)$ referente ao investimento com mosquitos machos estéreis.

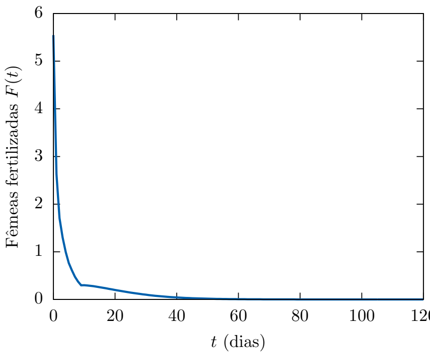

Figura 8: População de mosquitos fêmeas fertilizadas F.

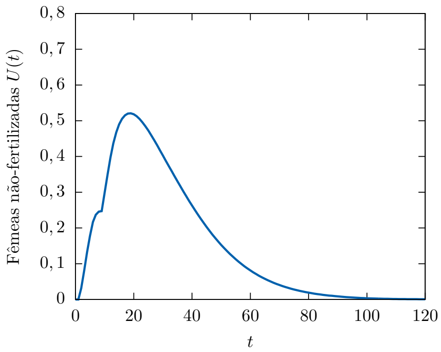

Figura 9: População de mosquitos fêmeas não-fertilizadas U.

A Tabela 6 apresenta os valores do funcional J para as situações 1 e 2. Como o objetivo é minimizar o valor de J, segue que a situação 2 ($J = 1,96$) representa, dentre as duas, a melhor estratégia que otimizará a aplicação dos controles ao longo do tempo considerado.

Tabela 6: Comparação dos valores de J.

Situação	J
1	$2,57$
2	$1,96$

5 Conclusões

Como conclusões acerca deste trabalho, cujo objetivo foi a obtenção de estratégias otimizadas para o controle da Dengue via método heurístico, tem-se que o AG aqui proposto:

- mostrou ser uma ferramenta versátil e de grande aplicabilidade na obtenção de resultados otimizados para o problema em questão;
- possui as propriedades: (i) fácil de ser implementado; (ii) vantagem de inserir novas restrições ao problema, sem impor novas dificultades na resolução;

DOI: 10.5540/03.2015.003.01.0071

- com o Passo 3, permitiu impor penalidades sobre as soluções infactíveis, ampliando o espaço de busca na região de factibilidade;
- sugeriu como melhor estratégia de controle, dentre as situações analisadas, aquela em que as variações dos controles e os períodos de aplicações são ambos determinados pelo algoritmo.

Referências

[1] A. C. Bartlett; R. T. Staten, *The sterile release method and other genetic control strategies*, Radcliffe's IPM World Textbook, University of Minesota, 1996.

[2] Kalyanmoy Deb and Deb Kalyanmoy. Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms. John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, USA, 2001.

[3] L. Esteva & H. M. Yang: Mathematical Model to Assess the Control of *Aedes aegypti* Mosquitoes by Sterile Insect Technique, Mathematical Biosciences, 198: 132-147 (2005).

[4] R. C. A. Thomé. Controle ótimo aplicado na estratégia de combate ao *Aedes aegypti* utilizando inseticida e mosquitos estéreis, Tese de Doutorado, IMECC/UNICAMP, 2007.

[5] R. C. A. Thomé; H. M. Yang, L. Esteva. *Optimal control of Aedes aegypti mosquitoes by the sterile insect technique and insecticide*, Mathematical Biosciences, Elsevier, **223** (2010), 12-23.

[6] World Health Organization. Dengue: Guidelines for Diagnosis, Treatment, prevention and control, 2nd edn. Geneva: WHO, 2009.

DOI: 10.5540/03.2015.003.01.0071