

Efeito do *Crosstalk* na Capacidade de Canal em Sistemas de Comunicações Ópticas com Multiplexação por Divisão Espacial

Débora Beatriz Claro Zanitti¹, José Augusto de Oliveira², Rafael Abrantes Penchel³, Cintya Wink de Oliveira Benedito⁴, Ivan Aldaya⁵

Faculdade de Engenharia - Unesp, São João da Boa Vista, SP

Resumo. A multiplexação por divisão espacial (SDM – *spatial division multiplexing*) tem sido proposta como uma das soluções mais factíveis para superar o limite não linear de Shannon imposto pela combinação do ruído aditivo e as não linearidades da fibra em sistemas de comunicações ópticas. A SDM pode ser implementada usando fibras multi-modo ou de múltiplos núcleos, incrementando significativamente a capacidade de um enlace quando combinado com processamento de múltiplas-entradas e múltiplas-saídas (MIMO – *multiple-inputs multiple-outputs*). Porém, diferente de outras estratégias de multiplexação, a SDM tende a sofrer um grande *crosstalk* entre os diferentes subcanais. No presente trabalho é estudado o efeito deste *crosstalk* na capacidade do canal, mostrando que para uma dimensão superior a 2, o *crosstalk* apresenta um efeito negativo inclusive quando processamento MIMO é utilizado.

Palavras-chave. Comunicações Ópticas, Capacidade, MIMO, SDM, *Crosstalk*.

1 Introdução

Os meios de comunicação estão se tornando cada vez mais essenciais no cotidiano. A sociedade de hoje demanda e depende da troca de informações rápida e confiável. Desta forma, sistemas de comunicação avançados possibilitam a operação de indústrias, negócios e bancos [2], e o desafio para a comunidade científica continua sendo projetar sistemas de comunicação que garantam uma transmissão confiável com altas taxas de dados, mantendo um baixo custo de implementação e operação [3]. Esses sistemas fazem uso de redes troncais compostas de fibras ópticas, pois é o único meio de transmissão guiado capaz de suportar as enormes demandas por taxa de dados de transmissão a longa distância [2]. Os sistemas de comunicação óptica tem evoluído significativamente para acompanhar os requerimentos de banda [1]. Nas primeiras três gerações, além de avanços como a introdução de fibra óptica monomodo, também ocorreu uma migração para comprimentos de onda de operação maiores, chegando a 1550 nm. O desenvolvimento dos amplificadores ópticos de fibra dopada com érbio (EDFAs – *erbium-doped fiber amplifiers*) permitiu a implementação dos sistemas *multi-span* com multiplexação por divisão em comprimento de onda. Já em meados dos anos 2000, o uso de processadores de sinais elétricos de alto desempenho estabeleceu a base para uma nova concepção de sistemas de comunicação óptica: os denominados sistemas coerentes

¹deborazanitti@unesp.br

²jose.a.oliveira@unesp.br

³rafael.penchel@unesp.br

⁴cintya.benedito@unesp.br

⁵ivan.aldaya@unesp.br

digitais [4]. Mediante o uso de diversidade de amplitude, fase e polarização, os sistemas coerentes digitais apresentam capacidades próximas ao limite de Shannon imposto pela combinação de ruído e não-linearidades. Neste contexto, a multiplexação por divisão espacial (SDM – *spatial division multiplexing*) têm emergido como uma alternativa de grande potencial para superar esta limitação [6].

Em comunicações ópticas, os sistemas SDM podem ser implementados utilizando fibras ópticas de múltiplos núcleos, múltiplos modos, ou uma combinação de ambas [7]. A SDM baseada em fibras multimodo é particularmente interessante por ser mais fácil fabricação que a fibra de múltiplos núcleos. Porém, um dos grandes desafios dos sistemas SDM baseados em fibras multimodo é a interferência presente entre os diferentes modos propagantes. Cabe mencionar que mesmo no caso de uma excitação e recuperação de modos ideais, pequenas imperfeições de fabricação da fibra, assim como tensões e torções mecânicas, quebram a simetria de translação do guia, causando um acoplamento significativo entre os modos [5].

O efeito na capacidade de canal devido a interferência entre os modos, também denominado *crosstalk* intermodal ou simplesmente *crosstalk*, tem sido analisado em diferentes trabalhos. Porém, tais trabalhos focaram nos sistemas 2×2 pois estes podem modelar sistemas com multiplexação por divisão de polarização (PM – *polarization multiplexing*). Por exemplo, em [10] o efeito do *crosstalk* em sistemas incluindo tanto *crosstalk* distribuído como localizado foi analisado utilizando simulações computacionais. Por outro lado, em [11] a capacidade de sistemas ópticos 2×2 foi analisada de forma teórica, mostrando que, em caso de implementar um processamento de múltiplas-entradas e múltiplas-saídas (MIMO – *multiple-inputs multiple-outputs*) no receptor, é possível compensar o efeito do *crosstalk* na capacidade. No entanto, é preciso analisar o efeito do *crosstalk* em sistemas com uma dimensionalidade mais alta, pois não está claro se este efeito afeta a capacidade nestes casos.

No presente trabalho é apresentado um modelo simples que permite analisar sistemas SDM com *crosstalk* forte. Posteriormente, utiliza-se este modelo para calcular a capacidade do canal MIMO mostrando efetivamente, que no caso de sistemas 3×3 , o *crosstalk* impacta negativamente no desempenho do sistema em termos da capacidade total. O trabalho está organizado como segue. Na Seção 2, é descrito o modelo de canal e discute-se a capacidade máxima dos sistemas MIMO e como calcular ela em função da matriz do canal. Na Seção 3, é apresentado e discutido os resultados numéricos, enquanto que na Seção 4, as principais conclusões são apresentadas.

2 Modelo de canal e capacidade

2.1 Modelo de canal

Na Figura 1(a) é apresentado o diagrama de blocos de um sistema MIMO afetado por *crosstalk*, indicando a transferência entre as diferentes entradas e saídas assim como o bloco de processamento MIMO do receptor. Denomina-se o sinal na i -ésima entrada como s_i e o vetor de sinais de entrada como \mathbf{s} . Assim, o vetor de sinais de saída \mathbf{y} composto pelos sinais y_i , pode ser expressado como:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{s} + \bar{\boldsymbol{\eta}}, \quad (1)$$

em que $\bar{\boldsymbol{\eta}}$ é um vetor de sinais ruidosos e \mathbf{H} é a matriz de canal MIMO composta pelos termos h_{ij} . De modo a satisfazer o princípio de conservação de energia tem-se que,

$$\sum_{i=1}^n |h_{ij}|^2 = 1, \quad \forall j \in [1, n]. \quad (2)$$

Adicionalmente, a simetria dos acoplamentos exige que $h_{ij} = -h_{ij}^*$.

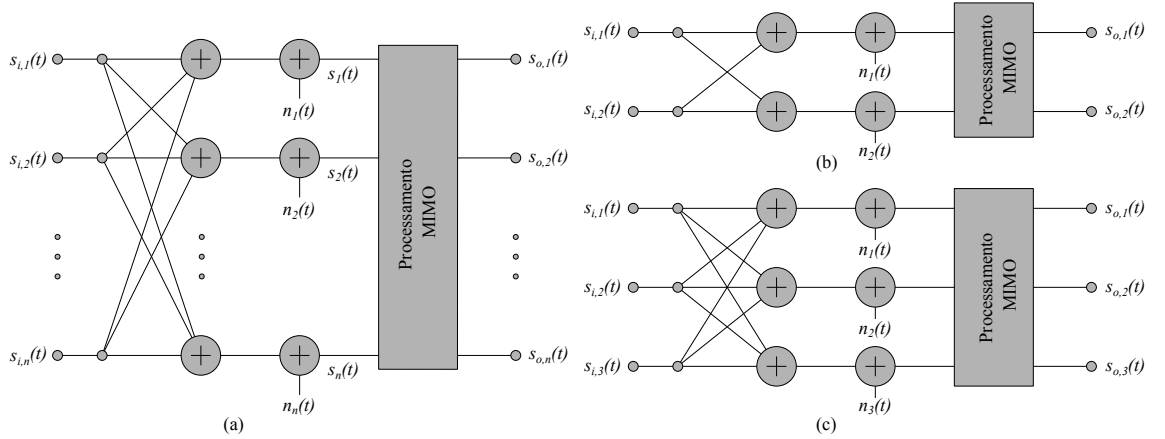


Figura 1: Diagrama de blocos do sistema MIMO com *crosstalk*: (a) caso geral $n \times n$, (b) caso 2×2 e (c) caso 3×3 .

Para o caso 2×2 , a matriz do canal adquire a seguinte forma simplificada:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \sqrt{1 - XT} & \sqrt{XT}e^{j\phi_{XT}} \\ -\sqrt{XT}e^{-j\phi_{XT}} & \sqrt{1 - XT} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

sendo $\sqrt{XT}e^{j\phi_{XT}}$ o *crosstalk* de amplitude complexa entre os canais. Neste caso, é possível modelar o *crosstalk* como uma variável aleatória complexa com uma amplitude uniformemente distribuída no intervalo $[0,1]$ e uma fase também uniformemente distribuída no intervalo $(-\pi, \pi]$.

Já para o caso 3×3 , é preciso introduzir não um único *crosstalk* mas um conjunto deles. Assim, representa-se por $\sqrt{XT_{12}}e^{j\phi_{12}}$, $\sqrt{XT_{13}}e^{j\phi_{13}}$ e $\sqrt{XT_{23}}e^{j\phi_{23}}$, os *crosstalk*'s entre os subcanais 1 e 2, 1 e 3 e, 2 e 3, respectivamente. Então, a matriz \mathbf{H} pode ser escrita como:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \sqrt{1 - XT_{12} - XT_{13}} & \sqrt{XT_{12}}e^{j\phi_{12}} & \sqrt{XT_{13}}e^{j\phi_{13}} \\ -\sqrt{XT_{12}}e^{-j\phi_{12}} & \sqrt{1 - XT_{12} - XT_{23}} & \sqrt{XT_{23}}e^{j\phi_{23}} \\ -\sqrt{XT_{13}}e^{-j\phi_{13}} & -\sqrt{XT_{23}}e^{-j\phi_{23}} & \sqrt{1 - XT_{23} - XT_{13}} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

em que os valores de *crosstalk* estão sujeitos a:

$$\begin{cases} 1 - XT_{12} - XT_{13} > 0 \\ 1 - XT_{12} - XT_{23} > 0 \\ 1 - XT_{12} - XT_{13} > 0 \end{cases} \quad \text{ou alternativamente} \quad \begin{cases} XT_{12} + XT_{13} < 1 \\ XT_{12} + XT_{23} < 1 \\ XT_{12} + XT_{13} < 1 \end{cases}. \quad (5)$$

Uma forma simples de conseguir valores adequados de *crosstalk* é por meio do método de prova e erro. Neste caso, uma solução de tentativa é criada considerando três valores de *crosstalk* com amplitudes distribuídas uniformemente no intervalo $[0,1]$ e a fase no intervalo $(-\pi, \pi]$. Posteriormente, é verificado se os valores de XT_{12} , XT_{13} e XT_{23} satisfazem as restrições em (5). Em caso de serem satisfeitas, considera-se esses valores, caso contrário, eles são desconsiderados. É importante notar que a matriz \mathbf{H} é unitária somente para certas combinações de valores de ϕ_{12} , ϕ_{13} e ϕ_{23} . Cabe mencionar que neste estudo, não é considerado o efeito das perdas dependentes do canal como em [9].

2.2 Capacidade de canal MIMO

A capacidade de um canal MIMO $n \times n$ pode ser calculada generalizando a expressão da capacidade de canal de Shannon para um canal com única entrada e única saída (SISO – *single-input single-output*). Desta forma, a capacidade de um canal MIMO pode ser expressa em função da sua matriz de canal \mathbf{H} da seguinte forma [8]:

$$C_{MIMO} = \log_2 \left[\det \left(I_n + \frac{P_s}{P_n} \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^\dagger \right) \right], \quad (6)$$

em que I_n é a matriz identidade de ordem n , P_s é a potência do sinal, P_n é a potência do ruído aditivo e $(\cdot)^\dagger$ representa o operador transposto conjugado. Esta capacidade pode ser alternativamente expressa em termos dos autovalores λ_i da matriz $\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^\dagger$ da seguinte forma:

$$C_{MIMO} = \sum_{i=1}^n \log_2 \left(1 + \lambda_i \frac{P_s}{P_n} \right), \quad (7)$$

ou seja, o canal MIMO é equivalente a uma combinação de n canais SISO independentes com ganhos λ_i , com $i = 1, \dots, n$.

É importante notar que, para o sistema 2×2 , a matriz \mathbf{H} é uma matriz unitária e, consequentemente, $\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^\dagger = I_2$. Assim, $\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^\dagger$ tem todos os seus autovalores λ_i igual a 1 e portanto, a capacidade de canal é dada por:

$$C_{MIMO} = \sum_{i=1}^2 \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{P_n} \right) = 2 \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{P_n} \right). \quad (8)$$

Desta forma, pode-se ver que a capacidade MIMO não depende do valor de *crossstalk* XT .

Quando analisa-se o sistema 3×3 , a expressão para a capacidade adquire uma expressão mais complexa. Neste caso, os autovalores da matriz \mathbf{H} podem ser diferentes de 1, porém por simetria, o traço de \mathbf{H} corresponde a 3 e portanto, a soma dos autovalores deve sempre ser 3. Pode-se mostrar que a capacidade máxima atingida corresponde à configuração em que $\lambda_i = 1$, para $i = 1, 2, 3$. Assim, a capacidade máxima do sistema MIMO 3×3 é dada por:

$$C_{MIMO}|_{max} = \sum_{i=1}^3 \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{P_n} \right) = 3 \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{P_n} \right). \quad (9)$$

3 Resultados

Nesta seção o efeito do *crossstalk* na capacidade dos sistemas MIMO é analisado numericamente. Como discutido na Subseção 2.2, a capacidade de um sistema MIMO 2×2 independe do nível de *crossstalk* e, portanto, neste trabalho o foco será no caso 3×3 . Para analisar o efeito do *crossstalk* neste caso, serão geradas 10000 matrizes de canal aleatórias utilizando o método descrito na Subseção 2.1. Para cada matriz gerada, calcula-se os autovalores, assim como a soma destes. Os valores obtidos para cada uma das matrizes geradas são mostrados na Figura 2(a). Pode-se observar neste caso que, diferente do caso 2×2 , os autovalores não são degenerados e unitários, porém apresentam uma dispersão. Este comportamento indica que na maioria dos casos, a matriz de canal não é unitária. Também é representado a soma dos autovalores, que é sempre 3, o que indica que as matrizes foram corretamente geradas. A fim de ter uma visão mais clara da distribuição dos autovalores, na Figura 2(b) representa-se os histogramas dos três autovalores. As capacidades associadas a cada autovalor, considerando uma relação sinal ruído (P_s/P_n) de 10 dB,

assim como a soma destas, que corresponde à capacidade do canal MIMO são apresentadas na Figura 2(c). Pode-se observar que, mesmo a soma dos autovalores sendo sempre 3, a capacidade total do canal varia. Esta variação pode ser vista claramente na Figura 2(d).

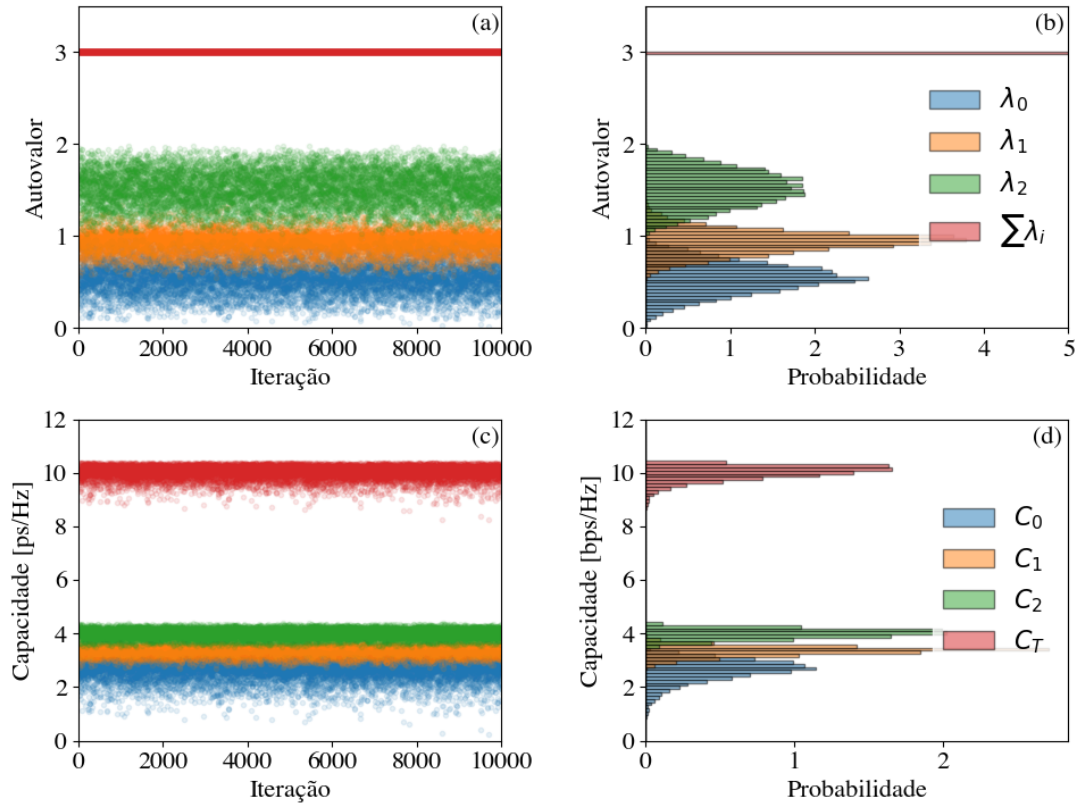


Figura 2: Análise do efeito do *crosstalk* na capacidade de sistemas MIMO 3×3 . (a) Autovalores de 10000 matrizes de canal aleatoriamente geradas e a soma destes autovalores. (b) Histograma dos autovalores e a sua soma. (c) Capacidades associadas a cada matriz de canal e (d) seus respectivos histogramas.

Para analisar melhor o efeito do *crosstalk* na capacidade do canal MIMO 3×3 , na Figura 3(a) é representado isoladamente a capacidade total do canal. A partir desta distribuição, foi possível calcular a penalização na capacidade total MIMO 3×3 subtraindo o valor da capacidade total do valor da capacidade máxima. Para o caso de 3×3 com uma SNR de 10 dB, a capacidade máxima atingível corresponde, conforme a Equação 9, a 10.38 bps/Hz. A distribuição desta penalização de capacidade é mostrada na Figura 3(b), na qual pode-se ver que a maior penalização concentra-se entre 0 e 0.5 bps/Hz. A capacidade média calculada para as 10000 realizações é de 10.00 bps/Hz, o que representa uma queda de 0.38 bps/Hz. Já olhando a distribuição acumulada da penalização da capacidade, Figura 3(c), é possível concluir que tem-se uma penalização menor de 0.5 bps/Hz no 75% dos casos e uma penalização menor que 0.7 bps/Hz no 90% dos casos.

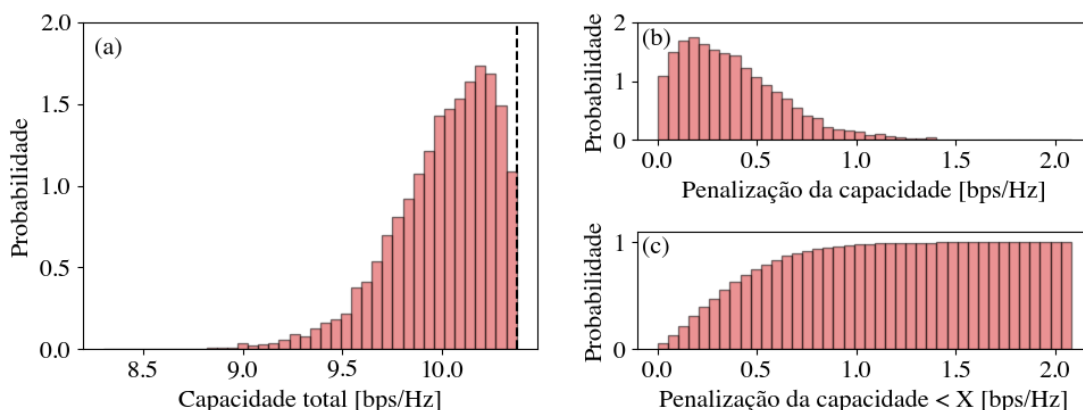


Figura 3: (a) Capacidade total do sistema MIMO 3×3 em que a capacidade máxima teórica está indicada com uma linha descontinua. (b) Distribuição da penalização na capacidade total do canal MIMO e (c) distribuição cumulativa da penalização.

4 Considerações finais

Neste trabalho foi estudado o efeito do *crosstalk* na capacidade de canal em sistemas de comunicações ópticas baseados em SDM. Os resultados numéricos mostram que, a diferença do caso 2×2 em que o *crosstalk* não causa perda na capacidade do canal, no caso 3×3 o *crosstalk* reduz a capacidade total do sistema. Em particular, para uma SNR de 10 dB, o *crosstalk* é reduzido numa média de 0.38 bps/Hz, ou seja, de 10.38 bps/Hz para 10.00 bps/Hz. Este estudo deve ser completado considerando um número maior de modos e diferentes valores de SNR.

Agradecimentos

Os e as autoras agradecem a Fundação de Apoio a Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) projetos 15/24517-8, 2020/11874-5 e 2020/09889-4, ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) projetos 313378/2021-5 e 409146/2021-8 e a FINEP projeto 0527/18.

Referências

- [1] G. P. Agrawal. **Sistemas de Comunicação por Fibra Óptica**. 4^a ed. GEN LTC, 2014.
- [2] E. Agrell. “Roadmap of optical communications”. Em: **Journal of Optics** 18.6 (2016), p. 063002. DOI: 10.1088/2040-8978/18/6/063002.
- [3] Ammar El Falou. “Analysis and design of space-time block codes for coded MIMO transmissions”. Em: (mai. de 2013).
- [4] Kazuro Kikuchi. “Fundamentals of coherent optical fiber communications”. Em: **Journal of lightwave technology** 34.1 (2015), pp. 157–179.
- [5] Giovanni Milione et al. “Mode crosstalk matrix measurement of a 1 km elliptical core few-mode optical fiber”. Em: **Optics letters** 41.12 (2016), pp. 2755–2758.

- [6] J. Pauwels, G. Van der Sande e G. Verschaffelt. “Space division multiplexing in standard multi-mode optical fibers based on speckle pattern classification”. Em: **Sci Rep** 9 (2019). DOI: 10.1038/s41598-019-53530-6.
- [7] George M Saridis et al. “Survey and evaluation of space division multiplexing: From technologies to optical networks”. Em: **IEEE Communications Surveys & Tutorials** 17.4 (2015), pp. 2136–2156.
- [8] David Tse e Pramod Viswanath. “MIMO I: spatial multiplexing and channel modeling”. Em: **Fundamentals of Wireless Communication**. Cambridge University Press, 2005, pp. 290–331. DOI: 10.1017/CB09780511807213.008.
- [9] Peter J Winzer e Gerard J Foschini. “MIMO capacities and outage probabilities in spatially multiplexed optical transport systems”. Em: **Optics express** 19.17 (2011), pp. 16680–16696.
- [10] Peter J Winzer e Gerard J Foschini. “Optical MIMO-SDM system capacities”. Em: **OFC 2014**. IEEE. 2014, pp. 1–3.
- [11] Débora B Claro Zanitti et al. “Compensation of crosstalk in optical spatial division multiplexing systems employing multiple-input and multiple-output processing”. Em: **XL Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais (SBrT2022)** (2022). DOI: 10.14209/sbrt.2022.1570823778.