Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 3, N. 1, 2015.
Trabalho apresentado no XXXV CNMAC, Natal-RN, 2014.

Decaimento das Soluções para uma Mistura de Sólidos Timoshenko Termoelástico

Félix Pedro Quispe Gómez
Departamento Académico de Matemática, DAMAT - UTFPR,
80230-901, Curitiba, PR
E-mail: felixgomez@utfpr.edu.br, felix12gomez@gmail.com

RESUMO

Abordaremos o caso de uma viga de Timoshenko unidimensional composta por uma mistura de dois meios contínuos interagindo e que ocupam o intervalo $]0,\, L[$. As variáveis dependentes que formam as equações de Timoshenko serão representadas por φ e ψ. Quando se estuda a mistura de dois meios interagindo caracterizamos o deslocamento das partículas utilizando a seguinte notação $\varphi^1 = \varphi^1(x,\, t)$, $\psi^1 = \psi^1(x,\, t)$ e $\varphi^2 = \varphi^2(y,\, t)$, $\psi^2 = \psi^2(y,\, t)$ onde $x, y \in]0,\, L[$. Supondo que as partículas em nosso estudo ocupam a mesma posição no tempo $t = 0$ de modo que $x = y$. Ver os trabalhos de [1], [3] e [7].

Denotamos por $\theta = \theta(x,\, t)$ a temperatura do material no ponto x e no instante t.

Sejam as equações dos tensores de estresse

$$\begin{aligned} S^1 &= k_{11}(\partial_x\varphi^1 + \psi^1) + k_{12}(\partial_x\varphi^2 + \psi^2) \\ S^2 &= k_{12}(\partial_x\varphi^1 + \psi^1) + k_{22}(\partial_x\varphi^2 + \psi^2) \end{aligned}$$

e os correspondentes momentos para cada componente

$$\begin{aligned} M^1 &= b_{11}\partial_x\psi^1 + b_{12}\partial_x\psi^2 - \beta_1\theta \\ M^2 &= b_{12}\partial_x\psi^1 + b_{22}\partial_x\psi^2 - \beta_2\theta \end{aligned}$$

Portanto as equações do movimento e a equação da energia podem ser escritas em termos das funções φ, ψ e θ

$$\begin{aligned} \rho_{11}\partial_t^2\varphi^1 + \alpha_1(\varphi^1 - \varphi^2) - \partial_x S^1 &= 0 \\ \rho_{12}\partial_t^2\varphi^2 - \alpha_1(\varphi^1 - \varphi^2) - \partial_x S^2 &= 0 \\ \rho_{21}\partial_t^2\psi^1 - \partial_x M^1 + \alpha_2(\psi^1 - \psi^2) + S^1 &= 0 \\ \rho_{22}\partial_t^2\psi^2 - \partial_x M^2 - \alpha_2(\psi^1 - \psi^2) + S^2 &= 0 \\ c\partial_t\theta - k\partial_x^2\theta + \beta_1\partial_{xt}^2\psi^1 + \beta_2\partial_{xt}^2\psi^2 &= 0 \end{aligned}$$

A seguir escrevemos as equações acima na forma de funções vetoriais, para isso consideramos as seguintes matrizes

$$\rho^i = \begin{bmatrix} \rho_{i1} & 0 \\ 0 & \rho_{i2} \end{bmatrix} \qquad \varphi = \begin{bmatrix} \varphi^1 \\ \varphi^2 \end{bmatrix} \qquad \psi = \begin{bmatrix} \psi^1 \\ \psi^2 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} S^1 \\ S^2 \end{bmatrix} \qquad M = \begin{bmatrix} M^1 \\ M^2 \end{bmatrix} \qquad B_i = \alpha_i \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{12} & b_{22} \end{bmatrix} \qquad K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{12} & k_{22} \end{bmatrix} \qquad \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}$$

DOI: 10.5540/03.2015.003.01.0014

Assim sendo, temos o sistema vetorial para as equações de movimento e energia

$$\rho^1 \partial_t^2 \varphi - \partial_x S + B_1 \varphi = 0$$
$$\rho^2 \partial_t^2 \psi - \partial_x M + B_2 \psi + S = 0$$
$$c \partial_t \theta - k \partial_x^2 \theta + \beta \cdot \partial_{xt}^2 \psi = 0$$

Substituindo as derivadas das expressões S e M obtemos

$$\rho^1 \partial_t^2 \varphi - K \partial_x (\partial_x \varphi + \psi) + B_1 \varphi = 0$$
$$\rho^2 \partial_t^2 \psi - B \partial_x^2 \psi + K(\partial_x \varphi + \psi) + B_2 \psi + \beta \, \partial_x \theta = 0$$
$$c \partial_t \theta - k \partial_x^2 \theta + \beta \cdot \partial_{xt}^2 \psi = 0$$

Para trabalhos bem próximos ver [9], [11] e [12].

O objetivo principal será obter condições sobre os coeficientes para garantir que o eixo imaginário esteja contido no conjunto resolvente. Logo, identificar as condições necessárias e suficientes para obter o decaimento exponencial das soluções. A técnica a ser utilizada é a de semigrupos e técnicas multiplicativas.

Palavras-chave: *Misturas Termoelásticas, Decaimento exponencial, Viga de Timoshenko, Sistemas Acoplados.*

Referências

[1] R. J. Atkin and R. E. Craine; *Continuum theories of mixtures: basic theory and historical development,* Quat. J. Mech. Appl. Math. 29, 209-243, (1976).

[2] A. Bedford and D. S. Drumheller; *Theory of immiscible and strucured mixtures,* Internat. J. Engrg Sci., 21, 863-960, (1983).

[3] A. Bedford and M. Stern; *A multi-continuum theory for composite elastic materials,* Acta Mechanica, 14, 85-102, (1972).

[4] A. E. Green and P. M. Naghdi; *A dynamical theory of interacting continua,* Internat. J. Engrg Sci., 3, 231-241, (1965).

[5] A. E. Green and P. M. Naghdi; *A note on mixtures,* Internat. J. Engrg Sci., 6, 631-635, (1968).

[6] A.E. Green and T.R. Steel; *Constitutive equations for interacting continua.* Internat. J. Engrg Sci., 4, 483-500, (1966).

[7] D. Ieşan; *On the theory of mixtures of thermoelastic solids.* J. Thermal Stresses, 14, 389-408, (1991).

[8] D. Ieşan and R. Quintanilla; *Existence and continuous dependence results in the theory of interacting continua.* J. Elasticity, 35, 85-98, (1994).

[9] F. Martínez and R. Quintanilla; *Some qualitative results for the linear theory of binary mixtures of thermoelastic solids.* Collect. Math., 46, 263-277, (1995).

[10] K. R. Rajagopal and L. Tao; *Mechanics of Mixtures,* World Scientific, Singapore, 1995.

[11] T.R. Steel; *Applications of a theory of interacting continua,* Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, 20, 57-72, (1967).

[12] Zenhg, S. *On the theory of mixtures of thermoelastic solids,* J. Thermal Stresses, 14, 389-408, (1991).

