

Um estudo inicial sobre modelagem de florestas

Pedro H. G. Bouzon

Dayhanne I. L. Wolff

Lívia A. Schulze

Instituto de Ciência e Tecnologia, ICET, UFVJM

39803-371, Teófilo Otoni, MG

E-mail: peubouzon@gmail.com, dayhanne_lwolff@hotmail.com.br, liviaschulze@hotmail.com

Jaqueline M. Silva

Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri - ICET

39803-371, Campus Mucuri, Teófilo Otoni, MG

E-mail: jaqueline.silva@ufvjm.edu.br

Resumo

Introdução

Em função da variedade de parâmetros que influenciam o crescimento da vegetação, tais como índice pluviométrico e quantidade de nutrientes disponíveis no solo, modelar a dinâmica de crescimento de árvores em florestas não é um trabalho trivial.

Com os avanços científicos, observou-se que não há progresso sem sustentabilidade, visando um uso consciente dos recursos naturais. Este trabalho tem por objetivo apresentar um modelo para corte sustentável, onde a floresta mantém a sua configuração inicial de extração de madeira e o valor econômico das árvores seja o maior possível, sem dizimar completamente a floresta.

O modelo

Como pressuposição inicial, as árvores que morrem durante o ano são desconsideradas no modelo. Supõe-se que cada muda plantada sobreviverá até ser cortada.

Árvores de diferentes tamanhos têm valores econômicos diferentes e portanto, distribui-se as árvores na floresta em classes, que possuem intervalos de altura e valor econômico definidos hipoteticamente conforme apresenta a Tabela 1.

Classe	1 (muda)	2	3	4	5	6	7	8	9
Valor econômico (R\$)	Nenhum	50	100	150	200	250	300	350	400
Intervalo de altura (m)	[0,1)	[1,2)	[2,3)	[3,4)	[4,5)	[5,6)	[6,7)	[7,8)	[8,9)

Tabela 1: Classificação de altura e valores econômicos das árvores

No modelo, a equação matricial que descreve o corte sustentável é $Gx - y + Ry = x$. Sendo Gx a configuração no final do período de crescimento arbóreo, y o corte, Ry a reposição de mudas e x a configuração inicial da floresta. O vetor x é responsável por armazenar o número de árvores da i -ésima classe que sobrevive ao corte. Ele também informa a configuração inicial da floresta. A matriz G é da forma:

$$G = \begin{bmatrix} 1 - g_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ g_1 & 1 - g_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & g_2 & 1 - g_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 - g_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & g_{n-1} & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Sabendo que g_i é a fração das árvores da i -ésima classe para a $(i+1)$ -ésima classe durante um período de crescimento e $(1-g_i)$ a fração das árvores que permanecem na i -ésima classe durante um período de crescimento. Assim, o produto Gx informa a configuração da floresta após o crescimento:

$$Gx = \begin{bmatrix} (1 - g_1)x_1 \\ g_1x_1 + (1 - g_2)x_2 \\ g_2x_2 + (1 - g_3)x_3 \\ \vdots \\ g_{n-2}x_{n-2} + (1 - g_{n-1})x_{n-1} \\ g_{n-1}x_{n-1} + x_n \end{bmatrix} \quad (2)$$

O vetor y informa a quantidade de árvores cortadas de cada classe e a quantidade total de árvores cortadas que é equivalente à quantidade de mudas a serem plantadas. Assim, considerando a matriz de reposição R definida abaixo, temos a configuração de árvores plantadas após cada corte:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (3) \quad Ry = \begin{bmatrix} y_1 + y_2 + \dots + y_n \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

A matriz de reposição R é assim definida para que o produto de R por y , represente a configuração de árvores plantadas após cada corte. Supondo que a floresta seja dividida em nove classes, com parâmetros de crescimento hipotéticos $g_i = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, 0\right)$ obtêm-se uma nova configuração da matriz de crescimento G (Ver equação 5). Supondo que 100 mudas foram plantadas, temos a seguinte matriz de configuração inicial (Ver equação 6).

$$G = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.67 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.33 & 0.75 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.25 & 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2 & 0.83 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.17 & 0.86 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.14 & 0.88 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.12 & 0.89 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.11 & 1 \end{bmatrix} \quad (5) \quad x = \begin{bmatrix} 100 \\ 150 \\ 200 \\ 250 \\ 300 \\ 350 \\ 400 \\ 450 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Assim, a matriz que corresponde à configuração após o período de crescimento, será dada pelo produto entre as equações (5) por (6).

$$Gx = \begin{bmatrix} 50 \\ 150 \\ 200 \\ 250 \\ 300 \\ 350 \\ 400 \\ 450 \\ 50 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Como o número de árvores na floresta é fixo até o corte (nenhuma árvore morre) então observa-se um controle da quantidade de árvores armazenadas na variável s . Tal que $x_1 + x_2 + \dots + x_n = s$.

Sendo p_k o valor econômico da classe cortada k , o rendimento sustentável ótimo RT será o maior valor tal que:

$$RT = \frac{p_k s}{\frac{1}{g_1} + \frac{1}{g_2} + \dots + \frac{1}{g_{k-1}}} \quad (8)$$

para $k = 2, 3, \dots, n$. Ao observarmos a Tabela 2 com os rendimentos, percebe-se que a classe 2 é a mais rentável. Então, se todas as árvores dessa classe são cortadas, a altura máxima da floresta será a altura da classe 2. Assim, o lucro que poderia ser obtido com as outras classes arbóreas será perdido.

Classe	1 (muda)	2	3	4	5	6	7	8	9
Rendimento	Nenhum	55000	44000	36667	31428.6	27500	27444.5	22000	20000

Tabela 2: Rendimento de cada classe de árvore para os parâmetros g_i

Este fenômeno acontece para todas as classes exceto a última. Observa-se que $RT_2 > RT_9$ mas $RT_2 < RT_3 + RT_4 + \dots + RT_9$. Portanto, a última classe será cortada.

Conclusão

O modelo não prevê as consequências do corte das árvores na dinâmica de crescimento da vegetação. Tampouco considera as taxas de reprodução e de mortalidade por fatores naturais das árvores. Os resultados obtidos sugerem que a classe que possui maior valor econômico dentro da floresta nem sempre é a mais vantajosa a ser cortada.

Uma vez que o corte de árvores jovens impossibilita a reprodução, o número de mudas será menor, comparando com o número que seria caso uma classe mais adulta fosse cortada.

Os próximos passos deste trabalho incluem um análise das variações das taxas de natalidade e mortalidade na dinâmica da vegetação.

Palavras-chave: *Floresta, Sustentabilidade, Rendimento sustentável*

Referências

- [1] H. Anton, “Álgebra Linear com Aplicações”, 8ª Edição, Bookman, Porto Alegre, 2001.
- [2] J. M. da Silva, “Sustainability in Flooded Ecosystems, an Integrated View”, Tese de doutorado, International Symposium on Mathematical and Computational Biology, 2006.