

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Aplicação da Teoria de Portfólios via Otimização Robusta

Carlos Eduardo da Silva¹

Universidade Estadual do Paraná, UNESPAR, Campo Mourão, PR

Mateus Silva Pedroso²

Universidade Estadual do Paraná, UNESPAR, Campo Mourão, PR

Gislaine Aparecida Pericaro³

Universidade Estadual do Paraná, UNESPAR, Campo Mourão, PR

Juliano Fabiano da Mota⁴

Universidade Estadual do Paraná, UNESPAR, Campo Mourão, PR

1 Introdução

O problema de otimização em que se deseja maximizar o retorno de um investidor, levando em consideração sua aceitação com relação aos níveis de risco envolvidos é um objeto de estudo muito importante na área financeira que teve como precursor o economista estadunidense Harry Markowitz [2], com sua Teoria de Portfólio de 1952. Esse estudo envolve as duas principais metas de um investidor, potencializar os seus ganhos, relacionados ao retorno esperado da carteira de investimentos, e reduzir ao máximo possível o risco de perda, considerando a variância como medida de risco. Deste modo, deseja-se minimizar a variância sujeito as restrições de investimento total do capital disposto nas ações da carteira, a não negatividade das variáveis de decisão e o princípio de partir de um retorno mínimo esperado para a carteira. Em Rockafellar e Uryasev é feita uma adaptação dessa teoria utilizando o CVaR (*Conditional Value at Risk*), uma medida de risco coerente que trabalha com a perda, no lugar da variância [3]. Essa abordagem é considerada inovadora e é utilizada em vários campos de pesquisa, em que se deseja minimizar ou maximizar alguma função, sujeita a restrições lineares. Contudo, em alguns casos, as restrições estão sujeitas a incertezas em suas construções, o que faz com que esses modelos não possam ser utilizados. Nesse sentido, a Otimização Robusta estabelece um modelo que permite trabalhar com as incertezas presentes nas restrições do problema. A abordagem de Soyster [4], tem o objetivo de trabalhar com problemas de programação linear sujeitos a incertezas, do tipo

¹carlosedu.silva00@gmail.com²mateus.pedroso@gmail.com³gpericaro@gmail.com⁴julianomota@gmail.com

$$\begin{aligned} & \text{maximizar} && c^T x \\ & \text{sujeito a} && x_1 a_1 + x_2 a_2 + \dots + x_n a_n \leq b, \forall a_j \in k_j \\ & && x \geq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

com $c, x \in R^n$ e $K_j \subset R^m$.

Através do desenvolvimento desse modelo, considerando a reformulação feita por Bertsimas e Sim [1] e tomando $x \geq 0$ em sua construção, é determinado o seguinte problema

$$\begin{aligned} & \text{maximizar} && c^T x \\ & \text{sujeito a} && \sum_{j=1}^n (\tilde{a}_{ij} + \hat{a}_{ij}) x_j \leq b, \forall i \\ & && x \geq 0. \end{aligned} \quad (2)$$

em que \tilde{a}_{ij} é o valor nominal do coeficiente a_{ij} , $\hat{a}_{ij} \geq 0$ é a semi-amplitude do intervalo de variação e o vetor x_j , a solução do problema.

Desse modo, o objetivo desse trabalho é resolver o problema de otimização de Rockafellar e Uryasev [3] para a composição de uma carteira que minimiza o CVaR, aplicando o modelo de Soyster em (2).

A seleção dos dados realizou-se utilizando a plataforma Yahoo Finanças com base no critério histórico, durante um período de 5 anos com observações semanais, de 21 de outubro de 2013 a 15 de outubro de 2018, totalizando 263 observações. Para a formação da carteira, foi selecionado o índice IBRX50 que contempla as 50 ações mais negociadas da bolsa de valores de São Paulo, no entanto, foram excluídas 24 ações, que não continham dados no período selecionado ou que não seguiam a distribuição normal.

Na aplicação, as semi-amplitudes foram calculadas utilizando intervalos de confiança ao nível de 95% e considerando as médias dos retornos como valores nominais. A partir disso, implementou-se o modelo no software Matlab[®], encontrando assim as composições das carteiras ótimas, para cada nível de retorno esperado possível e o CVaR dessas carteiras.

Por fim, foi construída a fronteira eficiente, que relaciona o retorno esperado e o CVaR, e analisado os resultados em relação a melhor aplicação que um investidor pode fazer levando em consideração sua aversão ao risco.

Referências

- [1] D. Bertsimas, M. Sim. *The price of robustness*. Operations Research, v. 52, n. 1, p. 35-53, 2004.
- [2] H. Markowitz. *Portfolio Selection*. The Journal of Finance, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.
- [3] R. T. Rockafellar, S. Uryasev. *Optimization of conditional value-at-risk*. Journal of Risk, v. 2, p. 21-41, 2000.
- [4] A. L. Soyster. *Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming*. Operations Research, v. 14, p. 1154-1151, 1973.