

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Designs Combinatórios: Exemplos e Aplicações

Jessica Roberta de Oliveira Moreira¹

CPAq- Campus Aquidauana, UFMS, Aquidauana, MS

Leandro Bezerra de Lima²

CPAq- Campus Aquidauana, UFMS, Aquidauana, MS

A teoria de designs combinatórios nos traz questionamentos de como organizar elementos de um conjunto finito em subconjuntos chamados de bloco, para que “x” propriedades sejam satisfeitas. Essa estrutura combinatória que teve suas origens mais formais com os trabalhos de Euler, sobre quadrados latinos no fim do século XVIII, é uma rica área de pesquisa com aplicações em diversas outras áreas do conhecimento, como na elaboração e análise de estatística, na programação, biologia matemática, design e análise de algoritmos, redes, teoria de grupos, geometrias finitas, códigos e criptografia. Os designs combinatórios possuem fortes conexões com áreas de matemática, tais como, álgebra linear, grupos, anéis, corpo e teoria dos números [1, 3].

Existem inúmeros tipos de designs combinatórios, daremos atenção especial aos designs *Balanced incomplete block designs* (BIBDs). Nesse trabalho exploramos os designs combinatórios, sua estrutura combinatória, suas diferentes formas de representação e construção, onde evidenciamos e utilizamos a relação com geometria de Galois, para tratar alguns problemas, por meio de exemplos e aplicações de designs combinatórios em teoria de códigos corretores de erros [4]. Em especial, a classe BIBD de design $t=2$, ou seja, a cada dois elementos distintos de X está contido em exatamente λ blocos. Quando a cardinalidade do conjunto X for igual a cardinalidade do conjunto dos blocos B , esses designs combinatórios são chamados de BIBD-Simétrico.

Uma das consequências dessa propriedade é que cada elemento do conjunto X aparece a mesma quantidade de vezes nos blocos em B . Um exemplo de BIBD-Simétrico é o design combinatório $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ com $B = \{123, 145, 167, 247, 256, 346, 357\}$ - Plano de Fano. O teorema e o corolário enunciados abaixo, cujas demonstrações se encontram em [2, 5],

Teorema 0.1. *Seja $q \geq 2$ é uma potência de primo e $d \geq 2$ um inteiro. Então existe um design combinatório simétrico:*

$$\left(\frac{q^{d+1} - 1}{q - 1}, \frac{q^d - 1}{q - 1}, \frac{q^{d-1} - 1}{q - 1} \right) - \text{BIBD}$$

Corolário 0.1. *Para cada potência de primo $q \geq 2$ e $d = 2$, existe $(q^2 + q + 1, q + 1, 1)$ -BIBD simétrico, isto é, um plano projetivo de ordem q .*

¹jessicarobertaoliveira@yahoo.com.br

²leandro.lima@ufms.br(Orientador)

fornece o elo entre designs combinatórios e a geometria de Galois. Diante disso, apresentamos exemplos de códigos corretores de erros, derivado de modelos simples, do ponto de vista combinatório e de visualização, dos planos projetivos o BIBD $-(7,3,1)$ e BIBD $-(13,4,1)$ e do espaço cubo, esses códigos são casos especiais de uma família de códigos, chamados códigos de Reed-Müller.

Referências

- [1] E. P. R. Barbosa. Planejamentos combinatórios: construindo sistemas triplos de steiner. *Dissertação de mestrado* Programa de Pós-Graduação do Instituto de Informática da Universidade Federal de Goiás, 2011.
- [2] J. L. Coulborn and J. H. Dinitz. Handbook of combinatorial design. 2. ed. [S.l.]: *Chapman Hall/CRC*, 2007.
- [3] C. Godsil. Combinatorial design theory. *Lecture notes* [S.l.], 2010.
- [4] L. B. de Lima. Contribuições em codificação no espaço projetivo e proposta de códigos quânticos de subespaços na grassmanniana. *Tese doutorado em Engenharia Elétrica* Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação Unicamp. Campinas, 2017.
- [5] D. R. Stinson. Combinatorial designs: constructions and analysis. New York: *Springer*, 2004.