Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 6, n. 2, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVIII CNMAC, Campinas - SP, 2018.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Comparativo entre os Métodos da Bissecção, Falsa Posição e Raízes Multiplas

Marcos Denilson Barbosa dos Santos[1]
Quezia Emanuelly de Oliveira Souza [2]
João Victor Medeiros Rocha[3]
Ivan Mezzomo[4]
Matheus da Silva Menezes[5]
Departamento Ciências Naturais, Matemática e Estatística, UFERSA, Mossoró, RN

1 Resumo

Por meio da implementação em linguagem de programação C no compilador Dev C++, este artigo visa comparar o desempenho dos métodos da bissecção, falsa posição e das raízes múltiplas, considerando o número de iterações e erro absoluto, para encontrar raízes de funções que possuem multiplicidade ímpar maior que um, pois esses métodos são eficientes para este tipo de raiz.

O método da bissecção consiste em reduzir, sucessivas vezes por meio de média aritmética simples o intervalo que contém a raiz [2]. O método da falsa posição consiste em obter a aproximação para a raiz no intervalo $[a, b]$ através da média ponderada [2]. Esses dois métodos utilizam o Teorema do Anulamento durante a sua execução para refinar o intervalo que contém a raiz. O método das raízes múltiplas é um artifício numérico utilizado para o cálculo de raízes de funções fundamentado no método de Newton-Raphson, capaz de encontrar raízes com multiplicidade com convergência quadrática (ver [1]), cuja função de iteração é dada por:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)f'(x_i)}{f'(x_i)^2 - f"(x_i)f(x_i)} \tag{1}$$

Em todos os caso analisados, consideramos a raiz com multiplicidade ímpar de cada função. Na tabela 1, x_0 é a aproximação inicial, $[a, b]$ é o intervalo que contém a raiz escolhidos arbitrariamente, tendo como critérios de parada $|f(x_k)| < \epsilon$, com precisão de 10^{-4}. As funções analisadas possuem as seguintes características:

[1]denilsonb20@hotmail.com
[2]quezia.emanuelly99@gmail.com
[3]jonny.medeiros@hotmail.com
[4]imezzomo@ufersa.edu.br
[5]matheus@ufersa.edu.br

1. $f(x) = x^5 - 5x^4 - 5x^3 + 25x^2 + 40x + 16$, possui raízes -1(multiplicidade 3) e 4 (multiplicidade 2), intervalo $(-5, 1)$ e $x_0 = 0$;
2. $f(x) = x^5 - 17x^4 + 106x^3 - 290x^2 + 325x - 125$, possui raízes 1 (multiplicidade 2) e 5 (multiplicidade 3), intervalo $(3, 6)$ e $x_0 = 4$;
3. $f(x) = x^4 - 11x^3 + 36x^2 - 16x - 64$, possui raízes -1 e 4 (multiplicidade 3), intervalo $(1, 8)$ e $x_0 = 1$.

Tabela 1: Resultados dos experimentos realizados

Funções	Métodos	# Iterações	Raiz Calculada	Erro absoluto
Função 1	Bisssecção	8	-0.9921875000	7.8125×10^{-3}
	Falsa Posição	99036	-0.9839951992	1.6004×10^{-2}
	Raízes multiplas	3	-0.9999955347	4.4653×10^{-6}
Função 2	Bisssecção	7	4.9921875000	7.8125×10^{-3}
	Falsa Posição	1661	4.9785838127	2.1416×10^{-2}
	Raízes multiplas	3	4.9999643171	3.5682×10^{-5}
Função 3	Bisssecção	8	3.9804687500	1.9531×10^{-2}
	Falsa Posição	20199	3.9728066921	2.7193×10^{-2}
	Raízes multiplas	5	3.9999992693	7.3070×10^{-7}

Analisando a tabela acima, percebemos que o método das raízes múltiplas mostrou-se mais eficiente que os demais em todas as funções considerando o número de iterações. O método da falsa posição exigiu um elevado número de iterações, provavelmente porque a raiz analisada é um ponto de inflexão, acarretando perca de eficiência. O método da bissecção não foi tão efetivo quanto o das raízes múltiplas, mas apresentou baixo número de iterações em todas as funções. O método das raízes múltiplas se destacou quanto ao erro absoluto, apresentando maior proximidade com a raiz real, sendo sucedido, respectivamente, pela bissecção e falsa posição.

É perceptível que, por apresentar duas derivadas, o método das raízes múltiplas possui maior custo computacional, enquanto os métodos da bissecção e falsa posição demandam menos cálculos. Mas, levando em consideração que estamos calculando raízes, e o tempo de processamento é quase insignificante. Portanto, o método das raízes múltiplas obteve melhor desempenho em todas as funções estudadas.

Referências

[1] S. C. Chapra and R. P. Canale. *Metodos Numéricos para Engenharia*. 5. ed., Bookman, São Paulo, 2011.

[2] M. A. G. Ruggiero and V. L. R. Lopes. *Cálculo Numérico, aspectos teoricos e computacionais.* 2. ed., Pearson, São Paulo, 1997.