Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 6, n. 2, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVIII CNMAC, Campinas - SP, 2018.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Proporção Final de Ignorantes na Propagação de uma Calúnia entre Grupos

Carolina Grejo[1]
Pablo M. Rodriguez[2]
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, USP, São Carlos, SP

1 Introdução

Propomos neste trabalho um modelo teórico simples para descrever a difusão de um rumor negativo, que chamaremos de calúnia, em uma população dividida em dois grupos. Nosso modelo está inspirado nas ideias apresentadas no trabalho recente de Brooks *et al.* [1], no qual é apontado o fato de que rumores sempre estão presentes em nossa sociedade, e quando estes são negativos e espalhados entre grupos conflitantes, podem se tornar um problema. Em [1] os autores formulam o *GBN-dialogue model*, o qual é estudado apenas através de simulações computacionais. Nosso modelo é um primeiro passo para uma formulação e estudo rigoroso deste modelo.

Isto posto, consideramos que a população está dividida em duas sub-populações, de modo que uma seja composta pelos indivíduos que pertencem ao grupo de caluniadores, enquanto que a outra é formada pelo restante da população, ou seja, pelos caluniados. Assumimos que cada indivíduo pertence a uma das três classes: ignorantes, informantes e contidos, e descrevemos o modelo como uma cadeia de Markov a tempo contínuo sob um grafo completo de N vértices, cujo conjunto de vértices é dividido em dois subconjuntos (fixos) disjuntos que representam os diferentes grupos pertencentes a população.

Informalmente, temos que um informante do grupo de caluniadores espalha o rumor para qualquer um dos seus vizinhos (próximos) ignorantes pertencentes ao mesmo grupo a taxa λ e, também a taxa λ, para ignorantes que pertencem ao grupo que está sendo caluniado.No entanto, ao ser informado sobre a calúnia, um ignorante do grupo caluniado imediatamente se torna um contido. Por fim, um informante se torna um contido e para de espalhar o rumor devido a ação de seus vizinhos informantes a taxa λ,tanto se o contido pertencer ao grupo caluniado, quanto se o contido for do grupo caluniador.

[1]carolina@ime.usp.br
[2]pablor@icmc.usp.br

© 2018 SBMAC

2 Modelo

Definimos $X_i^{(N)}(t)$, onde $i = 1$ representa o grupo de caluniadores e $i = 2$ o de caluniados, como sendo o número de sítios no grupo i que são ignorantes, $Y_1^{(N)}(t)$ o número de informantes e $Z^{(N)}(t)$ o total de contidos na população no instante de tempo t. A cadeia de Markov a tempo contínuo que estamos considerando evolui de acordo com as seguintes transições e taxas

$$\begin{array}{cc} \text{transição} & \text{taxa} \\ (-1,0,1) & \lambda X_1 Y_1 \\ (0,-1,0) & \lambda Y_1 X_2 \\ (0,0,-1) & \lambda Y_1 (N - X_1 - X_2), \end{array} \tag{1}$$

onde N representa o número de indivíduos na população, ou seja, $N = X_1^{(N)}(t) + X_2^{(N)}(t) + Y_1^{(N)}(t) + Z^{(N)}(t)$, para todo $t \geq 0$.

Sejam $x_{i,0}^{(N)},\ y_{1,0}^{(N)},\ z_0^{(N)} \in [0,1]$,$i \in 1, 2$, a proporção inicial de ignorante, informantes e contidos, respectivamente, definidos de modo que $x_{1,0}^{(N)} + y_{1,0}^{(N)} + x_{2,0}^{(N)} + z_0^{(N)} = 1$.

Suponha que os limites abaixo existam

$$x_{i,0} = \lim_{N\to\infty} x_{i,0}^{(N)},\ y_{1,0} = \lim_{N\to\infty} y_{1,0}^{(N)},\ i \in \{1,2\},$$

e defina $\tau^{(N)} = \inf \left\{ t \geq 0 : Y_1^{(N)}(t) = 0 \right\}$ como o tempo de absorção do processo.

No teorema abaixo estabelecemos a proporção final de ignorantes pertencentes ao grupo dos caluniadores que nunca saberá da fofoca que foi disseminada na população, e a sua prova pode ser obtida usando as ideias apresentadas em Ethier e Kurtz [2, Teorema 11.2.1, pág. 456] e Lebensztayn *et al.* [3, Teorema 2.3, pág. 518].

Teorema 2.1.

$$\lim_{N\to\infty} \frac{X_1^{(N)}(\tau^{(N)})}{N} = -\frac{x_{1,0}}{2x_{1,0} + x_{2,0}} W_0 \left(-(2x_{1,0} + x_{2,0}) e^{-(y_{1,0} + 2x_{1,0} + x_{2,0})} \right) \tag{2}$$

em probabilidade, onde W_0 denota o ramo principal da função de Lambert W.

Referências

[1] B. P. Brooks, N. DiFonzo and D. S. Ross. The GNB-Dialogue model of outgroup-negative rumor transmission: group membership, belief, and novelty. *Nonlinear Dynamics, Psychology, and Life Sciences.* 17:269–293, 2013.

[2] S. N. Ethier, T. G. Kurtz, 1986. *Markov Process: Characterization and Convergence.* Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics, New York, 1986.

[3] E. Lebensztayn, F. P. Machado and P. M. Rodríguez. On the behaviour of a rumour process with random stifling. *Environmental Modelling & Software* 26:517–522, 2011.

© 2018 SBMAC