Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Guerra nas Estrelas – uma disputa de episódios

Monica Almeida Gama[1]
Mestranda do Profmat, Uerj, Rio de Janeiro, RJ
Patrícia Nunes da Silva[2]
Departamento de Análise Matemática, Uerj, Rio de Janeiro, RJ
André Luiz Cordeiro dos Santos[3]
Departamento de Ensino Superior, CEFET-RJ, Rio de Janeiro, RJ

Imagine que o cineasta George Lucas fizesse dois filmes exatamente iguais da franquia de *Guerra nas Estrelas*. Cada um teria sua própria divulgação, a única diferença seria que um se chamaria *Episódio A* e o outro *Episódio B*. Para saber qual deles seria o preferido pelo público, ele analisaria as escolhas dos primeiros 20.000 espectadores. Uma vez que ambos os filmes são idênticos, é intuitivo pensar que cada um ficará na liderança por metade do tempo. No entanto, é 88 vezes mais provável que um deles permaneça à frente na preferência do público durante todo o experimento do que haja mudança contínua na liderança.

Como ambos os filmes são iguais, podemos admitir que a probabilidade de escolher um deles é de 50%. Dessa forma, é possível associar a escolha de cada espectador ao lançamento de uma moeda. Como em Feller [1], analisaremos geometricamente o problema. Associamos $+1$ a cada voto no *Episódio A* e, -1 a cada voto no *Episódio B*. O resultado da votação será associado a um caminho $(s_1, \ldots, s_{20.000})$, em que s_k é a soma parcial dos k-ésimos primeiros votos. Cada caminho é associado a uma poligonal cujas abscissas são $0, 1, \ldots, 20.000$ e as ordenadas $s_0, s_1, \ldots, s_{20.000}$ $(s_0 = 0)$. Os vetores $(1, 2, 1, 2, 1)$ e $(1, 2, 3, 2, 1)$ são representações de possíveis cinco primeiros votos. A Figura 1 mostra as poligonais associadas.

Conforme os espectadores revelam suas preferências, uma poligonal é formada. Na Figura 1, a poligonal da esquerda nos mostra que os dois primeiros e o quarto votos foram para o *Episódio A* e os demais para o B. Na poligonal da direita, os três primeiros votos foram para o *Episódio A* e os demais para o B. Para $k \geq 1$, sejam a_k e b_k as quantidades de votos, respectivamente em A e em B, até o k-ésimo voto. Temos $s_k = a_k - b_k$. O acumulado estará acima, abaixo ou sobre o eixo horizontal. Ou seja, s_k será positivo, negativo ou igual a zero. Se o acumulado de votos do filme A for maior do que o de B, a poligonal ficará acima do eixo x. Se a liderança for do episódio B, a linha se manterá abaixo do eixo. Admitindo que no n-ésimo voto a linha toca o eixo x, temos empate. Isso não implica mudança na liderança. A troca do líder irá ocorrer se a poligonal cruzar o eixo horizontal.

[1]mgamaxxi@gmail.com
[2]nunes@ime.uerj.br
[3]asantos@cefet-rj.br

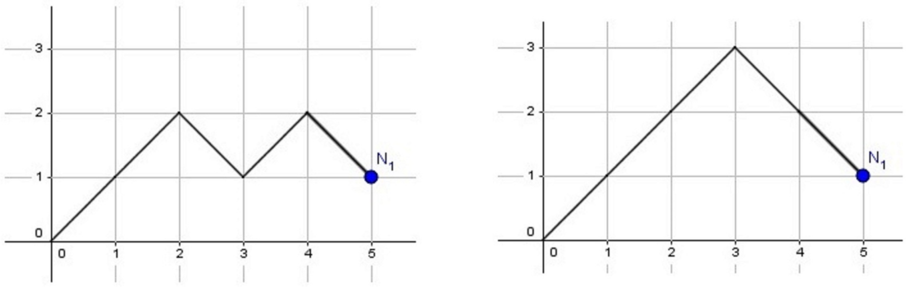

Figura 1: Caminhos favoráveis

Pela perspectiva geométrica, seria preciso contar o número de vezes que a poligonal cruza o eixo x para determinar as trocas de liderança. Inicialmente, dado um ponto do plano cujas coordenadas são inteiras, discutimos a existência ou não de uma poligonal que parte da origem e alcança o ponto dado após m votos. Em seguida, calculamos a probabilidade de ocorrência de empate após k votos. Finalmente, calculamos a probabilidade que um dos episódios lidere r vezes ao longo dos 20.000 votos. É surpreendente observar que a situação mais provável é que um dos episódios lidere ao longo de toda a votação. Além disso, mostramos também que a probabilidade de j trocas de liderança decresce com j. Os resultados obtidos nos permitem verificar que é 88 vezes mais provável que um dos episódios permaneça à frente na preferência do público durante todo o experimento do que um deles lidere ao longo de 10.000 votos. O princípio da reflexão (Feller [1, p. 72]) é recorrentemente utilizado na dedução dos resultados.

O problema apresentado foi retirado do livro de Mlodinow [2] e integra a dissertação de mestrado profissional em matemática (pólo Uerj) de um dos autores. Nela fatos contraintuitivos e equívocos associados ao entendimento da aleatoriedade são explorados e analisados. O objetivo deste trabalho é contribuir para a formação inicial e continuada de professores de Matemática, dando suporte ao entendimento da probabilidade. Apesar do enunciado simples, o problema analisado é extremamente rico e intrigante. Dá nova aplicação e dimensão ao exemplo de lançamento de moedas tão explorado em livros de probabilidade.

Os autores agradecem o apoio da CAPES e da FAPERJ para realização deste trabalho.

Referências

[1] W. Feller. *An Introduction to Probability Theory and Its Applications.* John Wiley & Sons, Inc., Nova Iorque, 1957.

[2] L. Mlodinow *O Andar do Bêbado - Como o acaso determina nossas vidas.* Zahar, Rio de Janeiro, 2009.