

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Modelo Entomológico para a Infestação por *Aedes aegypti*
Segundo Variáveis Meteorológicas: caso de Caratinga (Minas
Gerais - Brasil)

Flávia da Silva Cordeiro¹

Departamento de Matemática, UNIFEI, Itabira, MG, Brasil. Programa de Pós Graduação em Modelagem Matemática e Computacional, CEFET, Belo Horizonte, MG

Álvaro Eduardo Eiras²

Instituto de Ciências Biológicas, UFMG, Belo Horizonte, MG

Fábio Rocha da Silva³

Departamento de Computação, CEFET, Belo Horizonte, MG

José Luiz Acebal⁴

Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional, CEFET, Belo Horizonte, MG

Resumo. O *Aedes aegypti* é o principal vetor de doenças como dengue, zika, chikungunya e febre amarela. Uma vez que as fêmeas *Ae. aegypti* são as responsáveis pela transmissão do vírus, sua população torna-se um indicador direto de risco de transmissão. Por sua vez, a população de fêmeas guarda relação com variáveis meteorológicas, como precipitação e temperatura, via produtividade dos locais de reprodução, processos metabólicos etc. Neste trabalho, um sistema dinâmico não-linear, composto por quatro equações diferenciais, foi usado para descrever a dinâmica populacional das fêmeas *Aedes aegypti* sob efeito de variáveis meteorológicas: precipitação e temperatura. O modelo foi validado por comparação com dados experimentais de capturas de fêmeas *Ae. aegypti* obtidos pelo monitoramento entomológico da cidade de Caratinga (Minas Gerais, Brasil). O modelo descreveu bem o ciclo de vida do vetor e pode ser usado no monitoramento e controle, contribuindo com a redução da densidade de mosquitos.

Palavras-chave. *Aedes aegypti*, Variáveis meteorológicas, Sistemas Dinâmicos.

1 Introdução

O *Aedes (Stegomyia) aegypti*, espécie de mosquito da família *Culicidae*, é o principal vetor de arboviroses como dengue, febre amarela, zika e chikungunya [15]. O *Ae.*

¹flavia.cordeiro@unifei.edu.br

²alvaro@icb.ufmg.br

³fabiorochadasilva@cefetmg.br

⁴acebal@dppg.cefetmg.br

aegypti está presente, principalmente, nas regiões tropicais e subtropicais do mundo [7]. Tal distribuição do vetor está intimamente relacionada aos fatores meteorológicos, como temperatura [1, 12, 16], precipitação [9], umidade [3] e ventos [5, 13], atuando na produtividade de locais de reprodução, processos metabólicos, comportamento, etc [11].

Há uma longa e conhecida relação entre as taxas dos estágios de desenvolvimento do *Ae. aegypti* juntamente com o número de casos de dengue e fatores meteorológicos e climáticos [4, 6].

Modelos matemáticos e/ou estatísticos que consideram as associações entre variáveis meteorológicas e ciclo de vida do *Ae. aegypti* são desenvolvidos com o intuito de descrever a dinâmica populacional do vetor, assim como as epidemias causadas por ele [4, 10, 16].

Neste trabalho, um modelo matemático baseado em equações diferenciais será usado para descrever o ciclo de vida do *Ae. aegypti* em função de dados meteorológicos (temperatura e precipitação). Para verificar a capacidade preditiva do modelo, os resultados da simulação computacional serão comparados a dados experimentais de capturas de fêmeas *Aedes* (IMFA) do município de Caratinga, Minas Gerais, Brasil.

2 Base de Dados

2.1 Área de Estudo

Os dados que serão utilizados ao longo deste trabalho são referentes às semanas epidemiológicas 23-52 do ano de 2009 e 1-51 do ano de 2010 da cidade de Caratinga (Minas Gerais, Brasil). O clima da cidade é classificado como tropical semi-úmido. As temperaturas médias estão em torno de 22°C , com mínima média de $16,7^{\circ}\text{C}$ e máxima média de $27,7^{\circ}\text{C}$ (médias considerando o período de 1961 a 2014). A média pluviométrica anual é de 1.122,6mm [8].

2.2 Dados Meteorológicos

As séries de dados meteorológicos de pluviosidade acumulada semanalmente, $P(\text{mm})$, e temperatura média semanal, $T^{\circ}\text{C}$, referentes ao período de estudo, foram obtidas através do BDMEP (Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa) no site do Instituto Nacional de Meteorologia - INMET (www.inmet.gov.br).

2.3 Dados de Monitoramento Entomológico

As armadilhas MosquiTRAP[®], usadas para monitorar a população de fêmeas *Ae. aegypti* foram instaladas ao longo da área de estudo, com espaçamento de 200-250 metros, e monitoradas durante 96 semanas. Os dados de captura foram resumidos como taxa média de captura por armadilha por semana, calculado como a relação entre o número total de fêmeas capturadas durante a semana e o número de armadilhas positivas. Esses dados são chamados de IMFA - *Índice Médio de Fêmeas Aedes aegypti* e foram cedidos pela empresa de biotecnologia Ecovec S. A..

3 Modelo Matemático

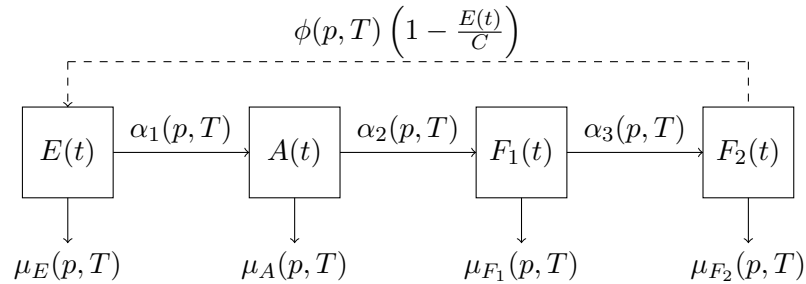


Figura 1: Diagrama da dinâmica populacional do ciclo de vida do *Aedes aegypti*, considerando variações de temperatura e precipitação.

Um modelo populacional de dinâmica preditiva baseado em um sistema de equações diferenciais é proposto para descrever o tamanho populacional de quatro estágios de desenvolvimento do *Ae aegypti*, considerando a variação da precipitação acumulada semanalmente e da temperatura média semanal. A população de ovos, a população aquática (larvas e pupas), as fêmeas pré-repasto sanguíneo e as fêmeas pós-repasto sanguíneo são, respectivamente representadas por $E(t)$, $A(t)$, $F_1(t)$ e $F_2(t)$. Produzimos a Figura 1 para ilustrar as interações do modelo proposto.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dE}{dt} = \phi(p, T) \left(1 - \frac{E(t)}{C(p, T)}\right) F_2(t) - \alpha_1(p, T)E(t) - \mu_E(p, T)E(t) \\ \frac{dA}{dt} = \alpha_1(p, T)E(t) - \alpha_2(p, T)A(t) - \mu_A(p, T)A(t) \\ \frac{dF_1}{dt} = \alpha_2(p, T)A(t) - \alpha_3(p, T)F_1(t) - \mu_{F_1}(p, T)F_1(t) \\ \frac{dF_2}{dt} = \alpha_3(p, T)F_1(t) - \mu_{F_2}(p, T)F_2(t) \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\phi, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \mu_E, \mu_A, \mu_{F_1}, \mu_{F_2}, C \geq 0, \quad \forall p, T, t \in \mathbb{R}_+$$

Os coeficientes naturais do modelo são parametricamente dependentes do índice pluviométrico p e da temperatura T . A taxa de oviposição realizada pelas fêmeas pós-repasto sanguíneo é simbolizada por ϕ . A taxa α_1 corresponde ao desenvolvimento de ovos em uma população aquática. Por sua vez, a taxa de indivíduos da população aquática que se desenvolvem em fêmeas pré-repasto sanguíneo é representada por α_2 . A taxa α_3 representa o desenvolvimento de fêmeas pré-repasto em fêmeas pós-repasto sanguíneo. As taxas de mortalidade natural das populações envolvidas são dadas por μ_E , μ_A , μ_{F_1} e μ_{F_2} , respectivamente, para ovos, fase aquática, fêmeas pré-repasto e pós-repasto sanguíneo. O único termo não linear $\phi \left(1 - \frac{E(t)}{C(p(t))}\right) F_2(t)$ inclui entre parênteses o termo $\frac{E(t)}{C(p(t))}$ que mitiga

a taxa ϕ caso a população do estágio $E(t)$ seja suficientemente grande se comparada ao valor da capacidade de carga C , que representa a capacidade de carga do meio, associada espaço, quantidade de nutrientes, etc. Assim, o modelo entomológico representado na Figura 1 é dado pelo sistema de equações diferenciais (1).

Representando, genericamente, cada parâmetro do sistema (1) por $\Pi = (\phi, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \mu_E, \mu_A, \mu_{F_1}, \mu_{F_2})$, podemos escrever a dependência com temperatura e índice pluviométrico, como:

$$\Pi(p, T) = \Psi(p) + \Gamma(T); \tag{2}$$

em que os termos representam, respectivamente, a dependência com o índice pluviométrico e com a temperatura.

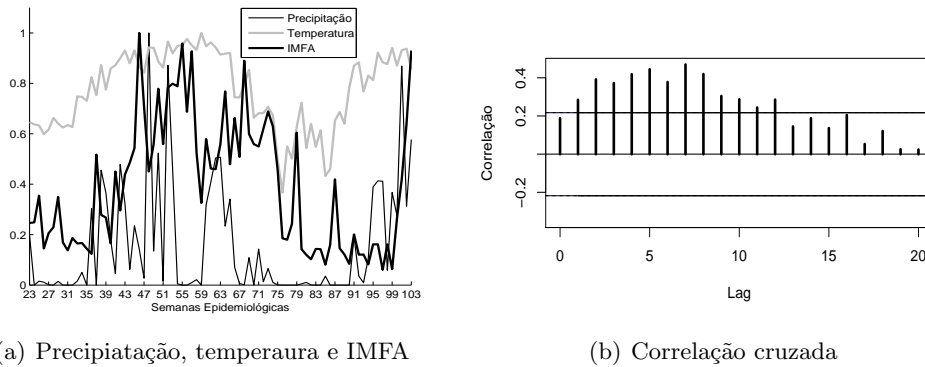


Figura 2: (a)Dados de precipitação, temperatura e IMFA de Caratinga e (b) Correlação cruzada entre os dados de precipitação e IMFA.

A relação existente entre o ciclo de vida do *Ae. aegypti* e a temperatura está fortemente consolidada na literatura, já a relação *Ae. aegypti* e precipitação não está consolidada. Existe uma dependência que não está suficientemente explorada. Produzimos a Figura 2(a) para ilustrar os dados meteorológicos e de monitoramento e a Figura 2(b) para ilustrar a correlação entre precipitação e IMFA. Na 2(a) percebe-se que o padrão de picos de IMFA se assemelha ao padrão de picos de precipitação e tal fato fica comprovado na Figura 2(b), onde existem correlações significativas entre precipitação e IMFA para lag variando de 0 a 12. No entanto, a relação entre chuvas e populações de mosquitos é complexa e os experimentos envolvendo o ciclo de vida são difíceis de se controlar. Neste trabalho, a função $\Psi(p)$ foi parametrizada por lei de potência, como

$$\Psi(p) = \Psi_0 + \frac{(\Psi_1 - \Psi_0)}{(p_1 - p_0)^r} (p - p_0)^r; \tag{3}$$

com $r \in \mathbb{R}$. Relações mais exatas para a dependência entre as taxas e a precipitação deverão ser obtidas por otimização ou futuros experimentos mais complexos. Os valores adotados neste trabalho (Tabela 1) pertencem ao espectro de valores encontrados na literatura, porém, oriundos de outros estudos. Em relação à temperatura, embora haja

estudos específicos, em uma primeira abordagem, optamos por adotar funções simples que expressam o fato de haver uma temperatura ótima para os processos metabólicos, decaindo a eficiência para demais temperaturas. Assim, o modelo proposto foi:

$$\Gamma(T) = \mathbf{a}(T - T_{op})^2 + b. \tag{4}$$

sendo que os valores de a , b e T_{op} foram obtidos por ajustes de funções do 2º grau aos dados experimentais de diversos trabalhos (Tabela 1).

Tabela 1: Parâmetros das dependências dos coeficientes com temperatura e precipitação.

$\Pi(p, T)$	Ψ_0	Ψ_1	a	b	T_{op}	Referências
ϕ	1,060327	8,294997	$-1,64 \times 10^{-2}$	7,12	33,42	[1, 16, 17]
α_1	0,073206	0,55	$-1,17 \times 10^{-3}$	0,26	31,15	[1, 4, 12]
α_2	0,036597	0,116117	$-5,51 \times 10^{-4}$	0,14	28,23	[1, 16, 17]
α_3	0,2	0,2	$-1,038 \times 10^{-3}$	0,30	27,00	[14]
μ_E	0,01	0,01	$2,64 \times 10^{-4}$	0,00664	27,34	[1, 10]
μ_A	0,11	0,11	$9,03 \times 10^{-4}$	0,0157	23,74	[1, 14, 16]
μ_{F_1}	0,045	0,1315	$7,30 \times 10^{-5}$	0,00755	23,58	[1, 2, 16]
μ_{F_2}	0,045	0,1315	$2,22 \times 10^{-4}$	0,023	23,58	[1, 2, 16]

4 Simulação Numérica e Validação do Modelo

O sistema 1 foi resolvido numericamente (Runge-Kutta de 4ª ordem com passo 0,01), utilizando o *software* Matlab®. O valor do parâmetro r da equação 3 foi determinado de forma empírica, usando o erro de ajuste do modelo dado por

$$S^2 = \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N (I(k) - F_2(k-l))^2, \tag{5}$$

em que N é o número de semanas epidemiológicas e l é o *lag* (deslocamento) dado pelo valor correspondente à máxima correlação cruzada entre IMFA e F_2 (considerando apenas os *lags* positivos). Considerando $0 < r \leq 2$, com passo de 0,1, o menor valor de S^2 foi obtido em $r = 0,5$, valor usado na simulação.

Neste trabalho, estamos interessados apenas na evolução da população $F_2(t)$, já que a fêmea é a responsável pela picada que transmite as viroses. O programa gera a Figura 3. A Figura 3(a) mostra que a correlação entre a previsão e os dados de infestação IMFA é significativa. Na Figura 3(b) temos a comparação entre IMFA e f_2 (população F_2 transladada de 5 semanas epidemiológicas), que pode ser entendida como a validação do modelo proposto aqui. Os dados de IMFA não podem ser considerados exatos, uma vez que o monitoramento das armadilhas pode sofrer influências de diversas maneiras, como humanas e tecnológicas. Fazendo uma análise qualitativa das curvas, conclui-se que o contorno das curvas são semelhantes, indicando que o modelo proposto é capaz de reproduzir de forma aceitável a população de $F_2(t)$.

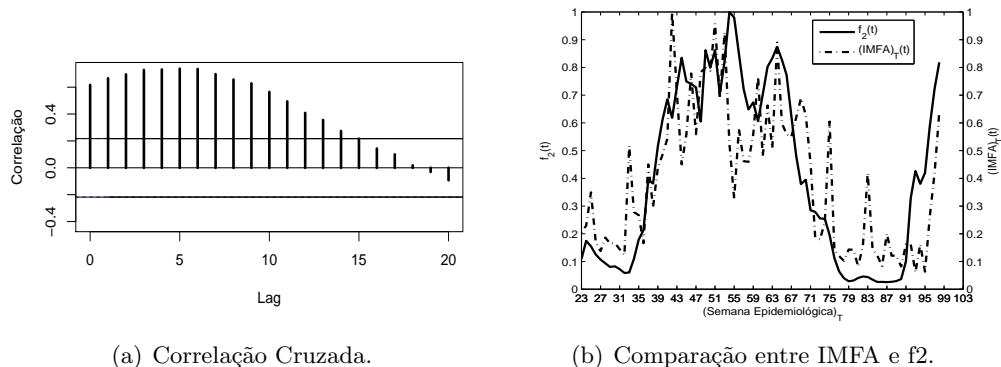


Figura 3: (a) Correção cruzada entre os dados amostrais de IMFA e a população F_2 gerada pelo modelo e (b) Comparação entre IMFA e f_2 .

5 Conclusões

A validação do modelo pela comparação do indicador experimental de infestação com a população modelada de fêmeas produziu curvas semelhantes com coincidência em vários dos picos. Em alguns intervalos, a população do modelo torna-se maior que o indicador de captura IMFA e, em outros, ocorre o inverso. O ajuste do modelo é aceitável e pode ser usada como ponto de partida para uma otimização de parâmetros. Com futuros ajustes, a expectativa é que o modelo possa auxiliar nas ações de controle do vetor, uma vez que, de posse da previsão de dados meteorológicos de uma determinada região, o mesmo poderá fornecer uma previsão da população de fêmeas *Ae. aegypti*.

Referências

- [1] E. B. Beserra, C. R. M. Fernandes, S. A. de O. Silva, L. A. da Silva, and J. W. dos Santos. Efeitos da temperatura no ciclo de vida, exigências térmicas e estimativas do número de gerações anuais de *Aedes aegypti* (Diptera, Culicidae), *Iheringia, Sér. Zool.* 99:142–148, 2009.
- [2] M. N. Burattini, M. Chen, A. Chow, F. A. B. Coutinho, K. T. Goh, L. F. Lopez, S. Ma and E. Massad. Modelling the control strategies against dengue in Singapore, *Epidemiology & Infection*, volume 136, 3:309–319, 2008.
- [3] E. A. P. A. Costa, E. M. M. Santos, J. C. Correia and C. M. R. Albuquerque. Impact of small variations in temperature and humidity on the reproductive activity and survival of *Aedes aegypti* (Diptera, Culicidae), *Revista Brasileira de Entomologia*, volume 54, 3:488–493, 2010.
- [4] D. A. Focks, D. G. Haile, E. Daniels and G. A. Mount. Dynamic life table model for *Aedes aegypti* (Diptera: Culicidae): analysis of the literature and model development, *Journal of medical entomology*, volume 30, 6:1003–1017, 1993.

- [5] A. S. Gomes, C. J. Sciavico and A. E. Eiras. Periodicity of oviposition of females of *Aedes aegypti* (Linnaeus, 1762)(Diptera: Culicidae) in laboratory and field, *Revista da Sociedade Brasileira de Medicina Tropical*, volume 39, 4:327–332, 2006.
- [6] D. J. Gubler. The global emergence/resurgence of arboviral diseases as public health problems. In *Archives of medical research*, volume 33, 4:330–342, 2002.
- [7] M. U. Kraemer, M. E. Sinka, K. A. Duda, A. Q. Mylne, F. M. Shearer, C. M. Barker and G. Hendrickx. The global distribution of the arbovirus vectors *Aedes aegypti* and *Ae. albopictus*. *elife*, 2015. DOI: 10.7554/eLife.08347.
- [8] A. P. M. Moreira, A. L. C. Vieira and J. C. Silva. Tendências climáticas e anomalias de precipitação em Caratinga-MG, *Os Desafios da Geografia Física na Fronteira do Conhecimento*, 2000-2009, 2018.
- [9] V. S. G. Neto and J. M. M. Rabêlo. Aspectos epidemiológicos do dengue no Município de São Luís, Maranhão, Brasil, *Cad. Saúde Pública*, volume 20, 5:1424–1431, 2004.
- [10] M. Otero, H. G. Solari and N. Schweigmann. A stochastic population dynamics model for *Aedes aegypti*: formulation and application to a city with temperate climate, *Bulletin of mathematical biology*, volume 68, 8:1945–1974, 2006.
- [11] A. F. Ribeiro, G. R. A. M. Marques, J. C. Voltolini and M. L. F. Condino. Associação entre incidência de dengue e variáveis climáticas *Rev Saúde Pública*, volume 40, 4:671–676, 2006.
- [12] G. C. Smith, D. A. Eliason, C. G. Moore and E. N. Ihenacho. Use of elevated temperatures to kill *Aedes albopictus* and *Ae. aegypti*, *Journal of the American Mosquito Control Association*. volume 4, 4:557–558, 1988.
- [13] R. S. Souza and M. S. Carvalho. Análise da distribuição espacial de larvas de *Aedes aegypti* na Ilha do Governador, Rio de Janeiro, Brasil, *Cadernos de Saúde Pública*, volume 16, 1:31–42, 2000.
- [14] A. Tran, G. L’Ambert, G. Lacour, R. Benoît, M. Demarchi, M. Cros, P. Cailly, M. Aubry-Kientz, T. Balenghien and P. Ezanno. A rainfall-and temperature-driven abundance model for *Aedes albopictus* populations, *International journal of environmental research and public health*, volume 10, 5:1698–1719, 2013.
- [15] World Health Organization. Dengue and severe dengue. <http://www.who.int/mediacentre/factsheets/fs117/en/>, 2017. Acessado 20/03/2018.
- [16] H. M. Yang, M. L. G. Macoris, K. C. Galvani, M. T. M. Andrighetti and D. M. V. Wanderley. Assessing the effects of temperature on the population of *Aedes aegypti*, the vector of dengue, *Epidemiology and infection*, volume 137, 8:1188–1202, 2009.
- [17] H. M. Yang. The transovarial transmission in the dynamics of dengue infection: Epidemiological implications and thresholds, *Mathematical biosciences*, volume 286, 1–15, 2017.