**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

# Comparativo entre o Método de Gauss-Seidel e os Métodos de Sub e Sobre Relaxação Sucessiva

Wesliane Maia do Amaral[1]
Modesto Valci Moreira Lopes[2]
Hedjany Sena da Silva[3]
Ivan Mezzomo[4]
Matheus da Silva Menezes[5]
Centro de Ciências Exatas e Naturais, UFERSA, Mossoró, RN

Os sistemas de equações lineares ajudam a solucionar problemas encontrados nas mais distintas áreas de estudos, como por exemplo, economia, engenharia, computacional e outras. Na literatura existem vários métodos numéricos que auxiliam na solução desses sistemas. O conhecimento a cerca das especificações de cada método, permite identificar entre esses, o melhor desempenho de acordo com as características de cada matriz.

Segundo [1], o método de sobre relaxação sucessiva se sobressai em relação aos métodos de sub relaxação e Gauss-Seidel, em termos de tempo para convergência, visto que a demanda de iterações para convergência é expressivamente menor em relação as outras. O objetivo deste trabalho é fazer uma comparação de desempenho entre os métodos de Gauss-Seidel com sub relaxação sucessiva e e Gauss-Seidel com sobre relaxação sucessiva, no intuito de verificar a veracidade dessa afirmação.

Segundo [2], os métodos de sub e sobre relaxação sucessiva são métodos iterativos, estacionário, derivados do método de Gauss-Seidel, que consistem em acrescentarmos um fator de correção $\omega$ a função de iteração, com o objetivo de acelerar a convergência para a solução de um sistema de equações lineares. Estes métodos têm como critério de convergência o critério das linhas/colunas e o critério de Sassenfeld, assim como Gauss Seidel. A equação de iteração dos métodos de sub e sobre relaxação sucessiva é dada por:

$$x_i^{(k)} = \frac{\omega}{a_{ii}} \left[ b_i - \sum_{j<i}^{n} a_{ij} x_j^{(k)} - \sum_{j>i}^{n} a_{ij} x_j^{(k-1)} \right] + (1-\omega) x_i^{(k-1)}. \tag{1}$$

De acordo com [1], o valor atribuído a $\omega$ são valores no intervalo $]0,2[$ e os métodos será de sub ou sobre relaxação sucessiva de acordo com o valores atribuídos ao $\omega$. Se $0 < \omega < 1$

[1]weslianemaia1@gmail.com
[2]modsval@gmail.com
[3]hedjany@icloud.com
[4]imezzomo@ufersa.edu.br
[5]matheus@ufersa.edu.br

 © 2018 SBMAC

temos o métodos de sub relaxação sucessiva e se $1 < \omega < 2$ temos o métodos de sobre relaxação sucessiva. Quando $\omega = 1$ temos o método de Gauss-Seidel.

Os resultados foram obtidos através da utilização do software SCILAB. Foram selecionadas cinco matrizes quadradas, não diagonalmente dominantes, onde IBM32 é assimétrica padrão, DWT_162, DWT_346 e CAN_445 são assimétricas padrão indefinida e GR_30_30 é real simétrica definida positiva, onde apenas as duas últimas são esparsas, obtidas através dos repositórios Matrix Market. Os valores escolhidos para $\omega$ em sub relaxação, foram 0,2; 0,4; 0,6 e 0,8, e para sobre relaxação, foram 1,2; 1,4; 1,6 e 1,8. Foi utilizado como critério de parada a distância relativa com precisão de $10^{-4}$ ou 3000 iterações. Os resultados obtidos estão expostos nas Figuras a seguir, cujo critério de análise foi o número de iterações e o tempo de execução para cada valor de $\omega$.

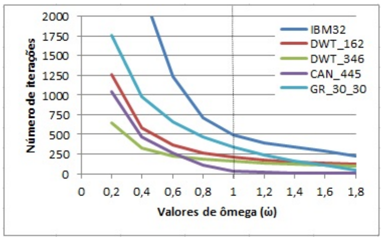


Figura 1: Iterações $\times\ \omega$

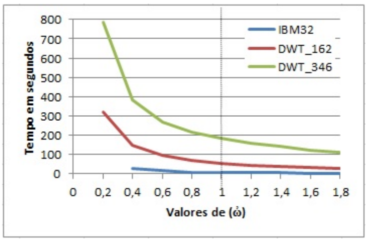


Figura 2: Tempo $\times\ \omega$

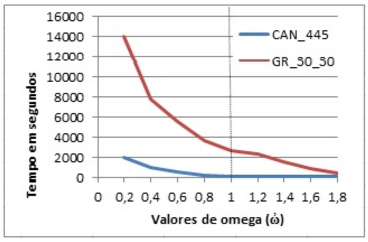


Figura 3: Tempo $\times\ \omega$

Com base nos resultados obtidos na Figura 1, verificamos que para $\omega = 0,2$ a matriz IBM32 não convergiu. Ao analisarmos os métodos de sub relaxação e de Gauss-Seidel, podemos notar que em todas as matrizes o método de Gauss-Seidel teve uma melhora de forma exponencial, tanto em número de iterações (Figura 1) quanto no tempo de execução (Figuras 2 e 3), à medida que o valor de $\omega$ tende a 1. A variação foi de 75,65% à 96,36% em relação ao número de iterações. Na comparação dos método de Gauss-Seidel e sobre relaxação, a tendência se manteve porém de forma mais linear, tanto em número de iterações (Figura 1) quanto no tempo de execução (Figuras 2 e 3), à medida que o valor de $\omega$ tende a 1,8. Neste caso, a variação em relação ao número de iterações foi de 40,25% à 87,42%. Portanto, podemos concluir que quanto maior valor de ômega (utilizados neste trabalho), menor o número de iterações necessárias, e consequentemente, o tempo gasto para convergir, assegurando a superioridade na execução do método de Gauss-Seidel à sub relaxação, e da sobre relaxação aos demais, pois quanto mais o ômega se aproxima de 1,8, o número de iterações e o tempo tendem a diminuírem consideravelmente.

# Referências

[1] F. F. Campos Filho. *Algoritmos Numéricos*. LTC, Rio de Janeiro, 2010.

[2] D. E. Sperandio, J. T. Mendes and L. H. Moken e Silva. *Cálculo Numérico-Características Matemáticas e Computacionais dos Métodos Numéricos*. Pearson, São Paulo, 2003.

 © 2018 SBMAC