

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Influência da Distribuição do Fluxos de Nêutrons nas Faces do Elemento Combustível de um Reator Nuclear no Contexto do Método de Reconstrução da Distribuição da Densidade de Potência Usando Pseudo-Harmônicos

Danielle G. Teixeira¹

Programa de Engenharia Nuclear, COPPE, UFRJ, Rio de Janeiro, RJ

Fernando C. da Silva²

Programa de Engenharia Nuclear, COPPE, UFRJ, Rio de Janeiro, RJ

Resumo

O objetivo desse trabalho é demonstrar como a distribuição de fluxo nas faces do elemento combustível (EC) pode influenciar um método de reconstrução da distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino. Especificamente, o método de reconstrução adotado usa os pseudo-harmônicos (PHRM). Este fornece o fluxo de nêutrons homogêneo, em cada célula do EC, por meio de uma expansão em pseudo-harmônicos, que são as autofunções associadas ao operador de Fuga + Remoção da equação da difusão de nêutrons bidimensional e a dois grupos de energia. A reconstrução da distribuição de fluxo nas faces dos EC, que satisfaça as quantidades médias nodais, pode ser vista como um problema inverso. Os resultados preliminares indicam que a distribuição de fluxo na face deve ser a mais adequada possível ao método de reconstrução adotado. Além disso, os maiores desvios estão nas células próximas ao *baffle*+refletor, necessitando de um tratamento mais adequado.

Palavras-chave. Reconstrução das Condições de Contorno, Problema Inverso, Reconstrução da Densidade de Potência, Método de Expansão Nodal, Método dos Pseudo-Harmônicos

1 Introdução

Em vários problemas ligados à engenharia nuclear a distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino é uma quantidade importante a ser determinada. A partir de tal distribuição é possível obter informações relevantes a respeito da segurança de um reator nuclear e, conseqüentemente, analisar parâmetros importantes relacionados ao seu desempenho, tais como os fatores de ponto quente (*hot spot*) e de canal quente (*hot channel*) [11].

¹dteixeira@con.ufrj.br

²fernando@con.ufrj.br

Essa distribuição pode ser calculada a partir da equação de difusão de nêutrons discretizada espacialmente pelo método das diferenças finitas (MDF). No entanto, esse método exige um grande número de pontos de malha para se ter uma precisão aceitável.

Neste contexto, desenvolveram-se os métodos de malha grossa [3, 8], uma vez que o tamanho da malha utilizada é relativamente grande, em geral, com o tamanho da área de base igual à área de base do EC. Com isso, o número de malhas usadas é menor do que aquele que é usado no MDF. No entanto, pelo fato dos cálculos serem executados em malhas (nodos) de grandes dimensões e usarem, em geral, parâmetros nucleares homogeneizados, os resultados gerados são valores médios, o que leva a uma perda inevitável de informações detalhadas.

Dessa forma, os métodos de reconstrução [2, 7, 10] têm sido um tema de pesquisa recorrente até os dias atuais. Eles têm como objetivo gerar a distribuição da densidade de potência heterogênea pino a pino dentro do núcleo do reator, após os cálculos de malha grossa, com baixo custo computacional e inexpressivo tempo de processamento.

O método de reconstrução utilizado neste trabalho é o PHRM [10]. Este método usa os pseudo-harmônicos [4] para obter a distribuição de fluxo de nêutrons homogêneo pino a pino em cada EC. O método parte da equação de difusão de nêutrons 2D e a 2 grupos de energia, considerando os nodos homogêneos com dimensões equivalentes às do EC. Esta equação é discretizada pelo MDF, com malhas de mesma dimensão que as da célula de combustível, a fim de obter uma matriz simétrica associada ao operador de Fuga + Remoção. Os pseudo-harmônicos são os autovetores associados a essa matriz e, portanto, constituem uma base para o espaço de interesse. O fluxo homogêneo de nêutrons é calculado a partir de uma expansão em pseudo-harmônicos combinado com a distribuição de fluxo nas faces dos EC.

Usando-se as quantidades médias fornecidas pelo NEM [8] e os parâmetros nucleares uniformes oriundos do cálculo de homogeneização [9], podemos obter a distribuição de fluxo de nêutrons em termos de uma expansão em pseudo-harmônicos combinado com a distribuição de fluxo nas faces dos EC. Esta distribuição é essencial para qualquer método de reconstrução da distribuição da densidade de potência pino a pino. A reconstrução das condições de contorno que satisfaz os valores médios do cálculo nodal pode ser vista como um problema inverso [5]. Além disso, essa distribuição deve ser adequada ao método de reconstrução adotado.

Este trabalho tem como objetivo apresentar os resultados preliminares de dois métodos usados para o cálculo da distribuição de fluxo nas faces do EC e como esses métodos podem afetar o método de reconstrução adotado, no caso o PHRM. A primeira distribuição na face do EC é obtida a partir da razão entre o fluxo na face médio nodal heterogêneo pela função forma de fluxo. O segundo método assume que o fluxo na face da célula é obtido a partir de uma expansão polinomial de quarto grau oriunda do NEM.

2 Método de Reconstrução da Distribuição da Densidade de Potência Usando os Pseudo-Harmônicos

2.1 Método de Expansão Nodal

O PHRM utiliza os parâmetros nucleares uniformes dentro de cada EC, oriundos do cálculo de homogeneização [9] e as quantidades fornecidas pelo NEM [8], tais como o fator de multiplicação efetivo, k_{eff} , e as seguintes grandezas médias: o fluxo de nêutrons médios no nodo, $\bar{\phi}_g^n$, e as correntes parciais médias nas faces do nodo, $\bar{J}_{gus}^{\pm n}$, onde $u = x, y$, $s = e, d$ e g é o grupo de energia.

Vale ressaltar que os nodos são regiões nas quais o núcleo do reator foi dividido e onde os parâmetros nucleares são uniformes.

2.2 Discretização por Diferenças Finitas

O PHRM parte da equação da difusão de nêutrons 2D e 2 grupos de energia, discretizada pelo MDF com esquema centrado na malha [1] no domínio do EC homogêneo.

Quando discretizamos a equação de difusão de nêutrons pelo MDF, o termo de Fuga + Remoção da equação é uma matriz simétrica, cujos autovetores associados, chamados de pseudo-harmônicos, constituem uma base para o espaço de interesse. Da Figura 1 vê-

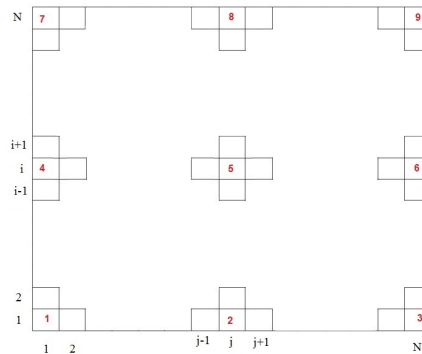


Figura 1: Esquema das posições das células no nodo.

se que há 9 diferentes casos e, para cada um, temos as equações de difusão de nêutrons discretizadas. Assim, estas equações são escritas na forma matricial considerando $\chi_1 = 1$, $\chi_2 = 0$ e sem *up-scattering*, como se segue:

$$\begin{pmatrix} B_1^n - \frac{F_{11}^n}{k_{eff}} & -\frac{F_{12}^n}{k_{eff}} \\ -S_{21}^n & B_2^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\phi}_1^n \\ \bar{\phi}_2^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{s}_1^n \\ \bar{s}_2^n \end{pmatrix}, \quad (1)$$

onde

$$\bar{s}_g^n \equiv \sum_{u=x,y} \sum_{s=e,d} D_{gus}^n \bar{\psi}_{gus}^n, \quad \text{para } g = 1, 2. \quad (2)$$

A matriz associada ao termo de Fuga + Remoção, B_g^n , é uma matriz pentadiagonal de ordem N^2 . As matrizes associadas ao termo de fissão, F_{gg}^n , e de espalhamento, S_{gg}^n , são diagonais, também de ordem N^2 .

O termo $\vec{\phi}_g^n$ representa o vetor de fluxo para cada nodo n e cada grupo de energia g e está representado da seguinte forma:

$$\vec{\phi}_g^n = \left[\bar{\phi}_g^{1,1,n} \bar{\phi}_g^{1,2,n} \dots \bar{\phi}_g^{1,N,n} \bar{\phi}_g^{2,1,n} \dots \bar{\phi}_g^{2,N,n} \dots \bar{\phi}_g^{N,1,n} \dots \bar{\phi}_g^{N,N,n} \right]^T. \quad (3)$$

Vale ressaltar que nas faces das células que fazem fronteira com outras células, dentro do EC, aplicamos as condições de continuidade de fluxo e de corrente para determinar os fluxos médios nas faces das células, $\bar{\psi}_{gus}^{i,j,n}$, em termos dos fluxos médios das células vizinhas. Já para as faces das células que estão voltadas para o contorno do EC, os fluxos médios nestas faces são mantidos.

O termo fonte, \vec{s}_g^n , na Eq.(2) é um vetor obtido operando os termos $\bar{\psi}_{gus}^{i,j,n}$, os quais são as componentes do vetor $\vec{\psi}_{gus}^n$, com os termos $d_{ii} = 2\bar{D}_g^n$, que, por sua vez, são os elementos da matriz D_{gus}^n , que é uma matriz diagonal de ordem N^2 .

A distribuição de fluxo de nêutrons homogênea pino a pino para o EC, $\bar{\phi}_g^{i,j,n}$, só pode ser obtida se a distribuição de fluxo nas faces dos EC (o vetor $\vec{\psi}_{gus}^n$ da Eq. (2)) for conhecida. Discutiremos a obtenção das distribuições de fluxos nas faces dos EC na Seção 3. Além do cálculo de $\vec{\psi}_{gus}^n$ na próxima seção, apresentaremos o método dos pseudo-harmônicos [4], que é usado para resolver o sistema de equações (1) e assim determinar a distribuição de fluxo de nêutrons homogênea pino a pino.

2.3 Método dos Pseudo-Harmônicos

Pelo método dos pseudo-harmônicos, o fluxo de nêutrons da Eq. (1) pode ser representado como:

$$\begin{pmatrix} \vec{\phi}_1^n \\ \vec{\phi}_2^n \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^M \left[C_{j,1} \begin{pmatrix} \vec{w}_{1,j} \\ \vec{0} \end{pmatrix} + C_{j,2} \begin{pmatrix} \vec{0} \\ \vec{w}_{2,j} \end{pmatrix} \right], \quad (4)$$

onde $M = N^2$ é o número total de células. Os autovetores $\vec{w}_{g,j}$ são os pseudo-harmônicos do sistema (4) e os $\lambda_{g,j}$ são os correspondentes autovalores do seguinte problema de autovalor:

$$B_g^n \vec{w}_{g,j} = \lambda_{g,j} \vec{w}_{g,j}; \quad g = 1, 2. \quad (5)$$

Substituindo a Eq.(4) na Eq.(1), e fazendo uso da Eq.(5) e do processo de ortogonalização de Gram-Schmidt [1], temos a distribuição de fluxo homogêneo para cada EC:

$$\vec{\phi}_1^n = \sum_{i=1}^N \alpha_i \vec{w}_{1,i} \quad (6)$$

e

$$\vec{\phi}_2^n = \sum_{i=1}^N \alpha_{i+N} \vec{w}_{2,i}. \quad (7)$$

A partir da Eq.(6) e da Eq.(7) é possível obter a distribuição do fluxo heterogêneo reconstruído pino a pino pelo método de modulação e normalização [7],

$$\bar{\phi}_{g, Rec}^{i,j,n} = C_{g, Norm}^n \bar{\phi}_{g, het}^{i,j,n} \tag{8}$$

onde C_{Norm}^n é a constante de normalização e $\bar{\phi}_{g, het}^{i,j,n} = f_g^{i,j,n} \bar{\phi}_g^{i,j,n}$, tal que $\bar{\phi}_g^{i,j,n}$ são as componentes que constituem o vetor $\bar{\phi}_g^n$ para $g = 1, 2$ e $f_g^{i,j,n}$ são as funções forma de fluxo oriundas do cálculo de homogeneização.

3 Distribuição de Fluxos nas Faces dos Elementos Combustíveis

Na primeira abordagem estamos considerando que o fluxo na face da célula combustível, $\bar{\psi}_{gus}^{i,j,n}$, será obtido da seguinte forma:

$$f_g^{i,j,n} \bar{\psi}_{gus}^{i,j,n} \simeq f_{gus}^n \bar{\psi}_{gus}^n; \text{ se } \begin{cases} u = x \text{ e } i = \begin{cases} 1; \text{ se } s = e \\ N; \text{ se } s = d \end{cases} \\ u = y \text{ e } j = \begin{cases} 1; \text{ se } s = e \\ N; \text{ se } s = d \end{cases} \end{cases}, \tag{9}$$

onde $f_g^{i,j,n}$ é a função forma e $f_{gus}^n \bar{\psi}_{gus}^n$ representa o fluxo na face médio nodal heterogêneo.

Na segunda abordagem, vamos considerar que o fluxo é separável e assim pode ser escrito como

$$\phi_g(x, y) \simeq \frac{1}{\phi_g} \bar{\psi}_{gx}(x) \bar{\psi}_{gy}(y), \tag{10}$$

onde os $\bar{\psi}_{gu}(u)$, vindos do cálculo nodal, podem ser obtidos em termos de uma expansão polinomial de quarto grau,

$$\bar{\psi}_{gu}(u) = \bar{\phi}_g + \sum_{k=1}^4 c_{kgu} h_k(u/a_u); \text{ com } u = x, y. \tag{11}$$

Os fluxos nas faces das células são obtidos da seguinte forma:

$$\frac{1}{x_{i+1} - x_i} \int_{x_i}^{x_{i+1}} \phi_g(x, y_s) dx \equiv \bar{\psi}_{gys}^{i,k}; \quad i = 1, N \tag{12}$$

e

$$\frac{1}{y_{i+1} - y_i} \int_{y_j}^{y_{j+1}} \phi_g(x_s, y) dy \equiv \bar{\psi}_{gxs}^{k,j}; \quad j = 1, N, \tag{13}$$

com $k = 1$ para $s = e$ e $k = N$ para $s = d$.

4 Apresentação do Benchmark - EPRI-9

O Epri-9 [6] é um PWR, com geometria de 1/4 de núcleo, com fluxo nulo no contorno, corrente líquida nula no eixo de simetria, combustíveis com dois tipos de enriquecimento, C1 e C2, e *baffle* de 2,8 cm de espessura e refletor de água, conforme a Figura 2. Os elementos combustíveis estão numerados de 1 até 8.

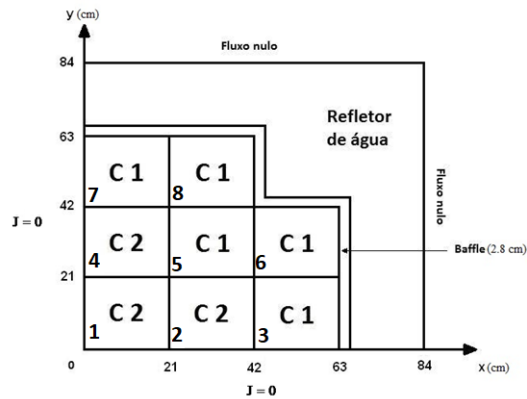


Figura 2: Configuração de um quarto do reator EPRI-9.

5 Resultados

A Tabela 1 mostra o desvio máximo relativo entre o fluxo de referência, obtido pelo MDF, e o fluxo heterogêneo reconstruído, obtido pelo PHRM, usando as distribuições nas faces citadas na Seção 3. Podemos observar uma variação considerável no desvio entre a opção 1 e a 2, principalmente, no fluxo do grupo rápido. A opção 2, para o EC1, mostrou valores bem próximos para o grupo 1 e o grupo 2, ao contrário do que ocorre com a opção 1. Além disso, os maiores desvios se encontram nos cantos.

Tabela 1: - Valores de desvios máximos para o fluxo rápido (1) e térmico (2) para os EC1 e EC6.

EC na posição 1				
Grupo	Desvio Máx. - opção 1	(célula)	Desvio Máx. - opção 2	(célula)
1	-3,091%	(15,15)	-8,283 %	(15,15)
2	-10,343%	(15,15)	8,587 %	(1,1)
EC na posição 2				
Grupo	Desvio Máx. - opção 1	(célula)	Desvio Máx. - opção 2	(célula)
1	-11,450 %	(15,14)	-15,316%	(15,14)
2	-19,127 %	(15,15)	-17,521%	(15,15)

6 Conclusões

Os resultados preliminares mostram o quanto a reconstrução da condição de contorno pode alterar o resultado da reconstrução da distribuição de fluxo heterogêneo pino a pino. Observamos que, para o grupo térmico, a opção 2 foi a que apresentou o melhor resultado. Acreditamos que um método híbrido, que use a opção 1 para o grupo 1 e a opção 2 para o grupo 2 e também o fluxos no cantos dos EC, tornaria o resultado melhor. Os cálculos de reconstrução usando a opção 1 e 2 foram executados em torno de 20 segundos. Já o resultado do MDF com malha fina foi obtido com 20 minutos de execução.

Referências

- [1] A. C. M. Alvim, *Métodos Numéricos em Engenharia Nuclear*, Editora Certa, São Paulo, 2007.
- [2] R. Böer and H. Finnemann, Fast Analytical Flux Reconstruction Method For Nodal Space-Time Nuclear Reactor Analysis. *Annals of Nuclear Energy*, 19:617-628, 1992.
- [3] H. Finnemann, F. Bennewitz and M. R. Wagner, Interface Current Techniques for Multidimensional Reactor Calculations, *Atomkernenergie*, 30: 123-128, 1977.
- [4] J. M. Gomit, J. Planchard and A. Sargeni, Pseudo-Harmonics Method, *Bulletin de la Direction des Etudes et Recherche -EDF*, 1:61-66, 1985.
- [5] W.S. Jung and N.Z. Cho, The maximum entropy method for reconstruction of the pointwise neutro flux discontinuity in nodal methods, *Nuclear Science and Engineering*, 180:384-395, 1991.
- [6] H. S. Khalil. The Application of Nodal Methods to PWR Analysis. Doctoral Thesis, Department of Nuclear Engineering, Massachusetts Institute of Technology, 1983.
- [7] K. Koeke and M. R. Wagner, The Determination of the Pin Power Distribution in a Reactor Core on the Basis of Coarse Mesh Methods, *Atomkernenergie*, 30: 136-142, 1977.
- [8] F. C. Silva e A. S. Martinez, Aceleração do Método de Expansão Nodal Usando Diferenças Finitas de Malha Grossa. In: *Encontro de Modelagem Computacional*, Nova Friburgo, RJ, 2003.
- [9] K. S. Smith, Assembly Homogenization Techniques for Light Water Reactor Analysis, *Progress in Nuclear Energy*, 17:303-335, 1986.
- [10] D. G. Teixeira, Reconstrução da Distribuição da Densidade de Potência Heterogêna Pino a Pino Usando o Método dos Pseudo-Harmônicos. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, 2017.
- [11] N. E. Todreas and M. S. Kazimi, *Nuclear Systems II: Elements of Thermal Hydraulic Design*, Taylor & Francis Group, 2012.