

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Controle Ótimo da Infecção por Zika Vírus Considerando Condição Inicial Fuzzy

Paulo Henrique Rodrigues¹

Discente do curso de Licenciatura em Matemática, UTFPR, Cornélio Procópio, PR

Michele Cristina Valentino²

Departamento Acadêmico de Matemática, UTFPR, Cornélio Procópio, PR

O Zika vírus (ZIKV) é um vírus transmitido pela picada do mosquito *Aedes aegypt* e que foi descoberto na África, por volta de 1947. Contudo, antes de 2007, apenas 14 casos foram reportados. O vírus chamou mais atenção quando um surto atingiu a ilha Yap e a Polinésia Francesa, onde estima-se mais de 30.000 casos registrados [1].

O Brasil registrou os primeiros casos da doença em 2015, no Nordeste do país e o ZIKV rapidamente espalhou-se para as outras regiões. Com isso, o Ministério da Saúde do Brasil declarou a epidemia como emergência em saúde pública de importância nacional [4].

Devido aos fatos citados acima, neste trabalho propomos um problema de controle ótimo no modelo de infecção do Zika vírus via teoria de controle ótimo, mais especificamente, as condições necessárias de otimalidade são determinadas usando o princípio do máximo de Pontryagin, como em [1], porém ainda é analisada a solução controlada sob uma condição inicial fuzzy.

O modelo humano-mosquito (2) apresentado em [1] considera que a população total de humanos ou hospedeiros no tempo t ($N_h(t)$) é particionado em seis classes: suscetíveis ($S_h(t)$), expostos ($E_h(t)$), infectados sintomaticamente ($I_{h1}(t)$), convalescentes ($I_{h2}(t)$), infectados assintomaticamente ($A_h(t)$) e recuperados ($R_h(t)$). O total de mosquitos ($N_v(t)$) é particionado em três classes: suscetíveis ($S_v(t)$), expostos ($E_v(t)$) e infecciosos ($I_v(t)$). Ainda, é considerado o controle por três modos: a variável $u_1(t)$ representa as medidas preventivas, como uso de repelente e redes protetoras nas janelas, $u_2(t)$ representa a abstenção da atividade sexual ou do uso consciente de proteção na vida sexual e $u_3(t)$ representa o uso de pesticidas para eliminar o vetor no local de nascimento.

Neste trabalho vamos considerar o seguinte problema de controle ótimo:

$$\text{Minimizar } \int_0^T (A_2 E_n + A_2 I_n + A_3 N_v + \frac{1}{2} (B_1 u_1^2 + B_2 u_2^2 + B_3 u_3^2)) dt \quad (1)$$

sujeito à

¹prodrigues@alunos.utfpr.edu.br

²valentino@uftpr.edu.br

$$\begin{aligned}
 \frac{dS_h}{dt} &= -ab \frac{I_v}{N_h} S_h(1 - u_1) - \beta \frac{KE_h + I_{h1} + \tau I_{h2}}{N_h} S_h(1 - u_2), \\
 \frac{dE_h}{dt} &= \theta \left(ab \frac{I_v}{N_h} S_h(1 - u_1) + \beta \frac{KE_h + I_{h1} + \tau I_{h2}}{N_h} S_h(1 - u_2) \right) - \alpha_h E_h, \\
 \frac{dI_{h1}}{dt} &= \alpha_h E_h - \gamma_{h1} I_{h1}, \\
 \frac{dI_{h2}}{dt} &= \gamma_{h1} I_{h1} - \gamma_{h2} I_{h2}, \\
 \frac{dA_h}{dt} &= (1 - \theta) \left(ab \frac{I_v}{N_h} S_h(1 - u_1) + \beta \frac{KE_h + I_{h1} + \tau I_{h2}}{N_h} S_h(1 - u_2) \right) - \gamma_h A_h, \quad (2) \\
 \frac{dR_h}{dt} &= \gamma_{h2} I_{h2} + \gamma_h A_h, \\
 \frac{dS_v}{dt} &= \mu_v N_v(1 - u_3) - ac \frac{\eta E_h + I_{h1}}{N_h} S_v(1 - u_1) - (\mu_v + r_0 u_3) S_v, \\
 \frac{dE_v}{dt} &= ac \frac{\eta E_h + I_{h1}}{N_h} S_v(1 - u_1) - (\alpha_v + \mu_v + r_0 u_3) E_v, \\
 \frac{dI_v}{dt} &= \alpha_v E_v - (\mu_v + r_0 u_3) I_v.
 \end{aligned}$$

em que $U = \{(u_1, u_2, u_3); 0 \leq u_i(t) \leq 1, i = 1, 2, 3\}$. Ainda, será considerado que cada termo da condição inicial $\hat{x}_0 = \hat{x}(0) = (\hat{S}_n(0), \hat{E}_n(0), \hat{I}_{n1}(0), \hat{I}_{n2}(0), \hat{A}_n(0), \hat{R}_n(0))$, é um número triangular fuzzy.

A análise da solução do controle ótimo com condição inicial fuzzy é possível de ser realizada devido a teoria apresentada em [2,3]. Mais ainda, essa ideia será implementada neste trabalho, devido ao fato da solução do problema ser diferente para cada condição inicial x_0 e também pela dificuldade de estimar os valores iniciais exatos do modelo.

Referências

- [1] N. Chaikham and W. Sawangtong, Optimal control of Zika virus infection by vector elimination, vector-to-human and human-to-human contact reduction, *Adv. Differ. Equ.*, 2017. DOI: 10.1186/s13662-017-1220-4.
- [2] M. M. Diniz, Otimização de funções, funcionais e controle fuzzy, Tese de Doutorado em Matemática Aplicada, Unicamp, São Paulo, 2016.
- [3] M. Najariyan and M. H. Farahi, Optimal control of fuzzy linear controlled system with fuzzy initial conditions, *Iran. J. Fuzzy Syst.*, 2013. DOI: 10.22111/ijfs.2013.807.
- [4] C. S. Oliveira and P. F. C. Vasconcelos, Microcefalia e vírus zika, *J. Pediatr.*, 2016. DOI: 10.1016/j.jped.2016.02.003.