

# Estudo da Concentração da Poluição do Ar com Parâmetro Fuzzy

Jennifer Cristina Borges<sup>1</sup>

Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, UNESP, São José do Rio Preto, SP

Rosana Sueli da Motta Jafelice<sup>2</sup>

Faculdade de Matemática, UFU, Uberlândia, MG

Luiz Antônio de Oliveira<sup>3</sup>

Instituto de Geografia, UFU, Uberlândia, MG

Ana Maria Amarillo Bertone<sup>4</sup>

Faculdade de Matemática, UFU, Uberlândia, MG

**Resumo.** O objetivo deste trabalho é modelar matematicamente uma fonte de poluição, que consideramos como sendo a chaminé de uma indústria, que contamina a atmosfera com uma nuvem de poluição que se espalha pela cidade de Uberlândia. Modelamos o problema considerando uma equação diferencial parcial advectiva-difusiva em um domínio irregular, no caso o mapa de Uberlândia, com condição de fronteira de Dirichlet homogênea e os parâmetros difusão e velocidades são calculados através de Sistemas Baseados em Regras Fuzzy (SBRF). As variáveis de entrada do SBRF para a, variável de saída, difusão são: temperatura e concentração de poluentes. A variável de entrada dos SBRF que tem como variáveis de saída, as velocidades na direção  $x$  e  $y$ , é a força de atrito causada por barreiras, como por exemplo: edifícios, vegetação e outros. Utilizamos dados reais de temperatura, variações de concentração de poluentes e variações das velocidades na direção  $x$  e  $y$  da cidade de Uberlândia, esses dados são importantes na obtenção dos SBRF utilizados para calcular os parâmetros da equação. A equação é resolvida através de aproximações numéricas via Método de Elementos Finitos e o Método de Cranck-Nicolson para a discretização no tempo. Através dessa modelagem é possível verificar qual é a melhor localização de um “polo industrial” em Uberlândia, nos pontos estudados.

**Palavras-chave.** Equações Diferenciais Parciais; Sistema Baseado em Regras Fuzzy; Concentração de Poluentes; Dados de Satélite; Método de Elementos Finitos.

## 1 Introdução

O propósito do estudo é modelar na cidade de Uberlândia uma fonte de poluição que consideramos como sendo uma chaminé de uma indústria que contamina a atmosfera com uma nuvem de poluição que se espalha por toda a cidade em uma malha irregular.

Consideramos, também, a presença de um vento regional, e a possibilidade de um decaimento de aerossóis poluentes por conta do assentamento das partículas. Como estamos considerando um certo vento regional, podemos tomar a velocidade como sendo  $v = (v_1, v_2)$ . Vamos construir um modelo evolutivo para descrever esta situação e programar um código numérico de modo que possamos obter aproximações da evolução do

<sup>1</sup>jennifercristina6@hotmail.com

<sup>2</sup>rmotta@ufu.br

<sup>3</sup>luiz.oliveira@ufu.br

<sup>4</sup>amabertone@ufu.br

quadro de impacto num determinado período de tempo. Esse trabalho difere do problema desenvolvido por [5] e [6], que realiza o estudo em uma cidade hipotética retangular com parâmetro fuzzy apenas na difusão; nesta abordagem utilizamos dados reais de temperatura, informações da difusão e das velocidades de Uberlândia, em malha compatível com o mapa da cidade.

Assim, com a intenção de tornar este estudo mais próximo da realidade, consideramos a fronteira do domínio como sendo o contorno da cidade de Uberlândia e utilizamos dados reais de temperatura obtidos pelo satélite Landsat-8. Inicialmente, obtemos a aproximação da solução da equação determinística através do Método dos Elementos Finitos (MEF) e do Método de Crank-Nicolson. Em seguida, incorporamos SBRF para levar em consideração fatores reais que influenciam a difusão de poluentes e as velocidades. Inicialmente, definimos conjunto fuzzy. Dado um conjunto  $X$  universo definimos como conjunto  $A$  fuzzy pela sua função de pertinência  $\mu_A(x) \in [0, 1]$ . Em [1], comenta os detalhes das quatro componentes da estrutura do SBRF que são: fuzzificação, base de regras, método de inferência e defuzzificação.

Na próxima seção apresentamos alguns componentes que interferem na concentração de poluentes do ar.

## 2 Fatores que Influenciam a Concentração de Poluentes do Ar em Uberlândia

Nesta seção estudamos os fatores que influenciam os parâmetros fuzzy com a colaboração de um especialista na área de climatologia. Para determinar a concentração de poluentes do ar em Uberlândia, precisamos de 896 valores de temperatura da cidade, que é o número de *nós* da malha. Assim, utilizamos imagens de satélite adquiridas no portal eletrônico do centro de sensoriamento remoto do Serviço Geológico dos Estados Unidos (USGS) para obtermos tais temperaturas. Optamos por manipular as imagens no mês de junho e setembro por apresentar uma diferença expressiva de temperaturas. Utilizamos valores de temperatura aparente de superfície do Thermal Infrared Sensor (TIRS)/Landsat-8, banda 10, para os meses de junho e setembro de 2014. Apresentamos duas imagens de satélite do Landsat-8, ambas da banda 10 (infravermelho termal) e de faixa espectral (10,6-11,9  $\mu m$ ) [4].

A imagem apresentada na Figura 1 foi coletada pelo satélite com passagem em 14 de junho de 2014 às 10:15min:12s. Todos os processamentos de correção e conversão de imagens foram realizados no software Envi 4.7 e no ArcGis 10.1 com a colaboração do especialista na área (para maiores detalhes ver [1]). Posteriormente, para um melhor detalhamento dos dados, definiu-se classes (intervalos) de temperatura de superfície, após todo os processamentos e conversões obtemos a Figura 2 que apresenta o mapa de Uberlândia com as temperaturas do mês de junho, e a seguinte escala: 1cm é equivalente a 1,5km. Esse mesmo processo foi utilizado para gerar o mapa de Uberlândia com as temperaturas no mês de setembro. O terceiro autor, coordenador do Laboratório de Climatologia da Universidade Federal de Uberlândia, organizou e forneceu essas figuras obtidas pelo software ArcGis 10.1.



Figura 1: Imagem do satélite do mês de junho processada no Envi 4.7.

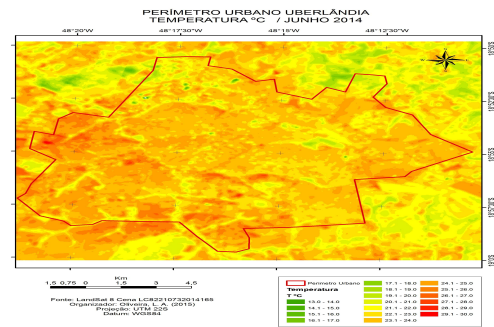


Figura 2: Imagem do mapa de Uberlândia com as temperaturas no mês de junho.

Na Figura 3 é representada a malha discretizada utilizada para a aproximação numérica da equação (1). Essa malha foi obtida utilizando o contorno em vermelho apresentado na Figura 2, que geramos no software livre GMSH [3] juntamente com o software Matlab, e a partir daí, obtemos a malha triangularizada para a aplicação do MEF.

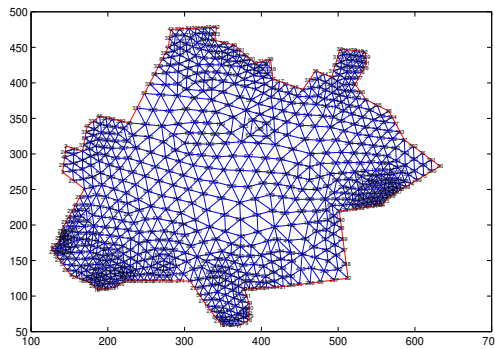


Figura 3: Mapa de Uberlândia discretizado.

Para relacionar cada *nó* da malha da Figura 3 com o mapa das temperaturas Figura 2, foi necessário sobrepor estas e fazer a intersecção para criar os 896 *nós* na Figura 2. Assim, temos o valor da temperatura em cada *nó* da malha. Para o mês de setembro fizemos de maneira análoga. As temperaturas mínima, média e máxima para o mês de junho são  $14.5^{\circ}\text{C}$ ,  $23.39^{\circ}\text{C}$ ,  $27.5^{\circ}\text{C}$ , respectivamente. As temperaturas mínima, média e máxima para o mês de setembro são  $23.5^{\circ}\text{C}$ ,  $33.19^{\circ}\text{C}$ ,  $37.5^{\circ}\text{C}$ , respectivamente.

De [2], temos que a variação da concentração  $MP_{10}$  (partículas com diâmetro aerodinâmico inferior a  $10\ \mu\text{m}$ ) é  $0 - 300\ \mu\text{m}$ , medida no centro de Uberlândia em 2003. A classe de velocidades de vento predominante no ano de 2012 foi de  $0.5 - 2\ \text{m/s}$  (variação da resultante da velocidade).

### 3 Modelo Determinístico para a Poluição do Ar

A equação que descreve o fenômeno abordado no problema é dada por:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \alpha \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + v_1 \frac{\partial u}{\partial x} + v_2 \frac{\partial u}{\partial y} + \sigma u = f & (x, y) \in \Omega, t \in (0, T] \\ u = 0 & \text{em } \partial\Omega \\ u(x, y, 0) = u_0(x, y) \end{cases} \quad (1)$$

onde  $u(x, y, t)$  é a concentração de poluentes no instante  $t$ ,  $\alpha$  representa a difusão na região,  $v_1$  e  $v_2$  são a velocidade de transporte (que ocorrerá nos eixos  $x$  e  $y$ , respectivamente), o  $\sigma$  representa o decaimento e o  $f$  representa a fonte de poluentes (no nosso caso, a chaminé). A função  $f$  é definida como:

$$f(x, y, t) = 0, \quad \forall (x, y) \neq (x_i, y_i) \text{ para algum } i \in \{1, \dots, 896\} \text{ e} \\ f(x_i, y_i, t) = d, \quad \forall t \in \mathbb{N}.$$

Vamos considerar as condições de contorno  $u = 0$ , isto é, assumindo que a cidade de Uberlândia seja grande o suficiente, que a concentração de poluentes na fronteira seja igual a zero [4]. A aproximação numérica da solução da equação (1) é obtida com  $\sigma = 0.001$ ,  $\alpha = 0.8$ ,  $v_1 = 0.02m/s^2$ ,  $v_2 = 0.001m/s^2$ , o valor da fonte é  $d = 0.002$  e a condição inicial é dada por:

$$u_0(x, y) = 0, \quad \forall (x, y) \neq (x_i, y_i) \text{ para algum } i \in \{1, \dots, 896\} \text{ e } u_0(x_i, y_i) = d.$$

Na Figura 4 é apresentado o gráfico da concentração dos poluentes na primeira iteração. Na Figura 5 é apresentado o gráfico da concentração de poluentes no nó 644 para 100 iterações. Observe que independente do nó que colocamos a fonte de poluentes, obtemos a mesma concentração de poluentes, pois consideramos os parâmetros  $\alpha$ ,  $v_1$ ,  $v_2$  e  $\sigma$  constantes.

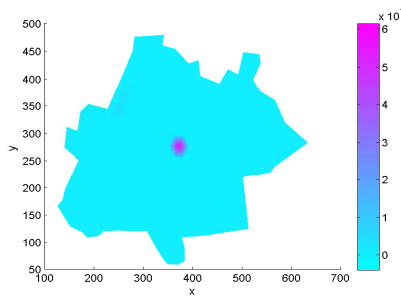


Figura 4: Concentração de poluentes no ar no início do processo.

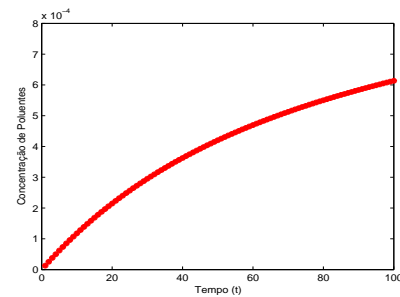


Figura 5: Concentração de poluentes em cada iteração no nó 644.

## 4 Modelo Fuzzy para a Poluição no Ar

Na equação (1), incorporamos a difusão, velocidade no eixo  $x$  e  $y$  como parâmetros fuzzy, e lembrando que em (1) o domínio considerado é a cidade de Uberlândia. Assim, a equação do modelo se apresenta da forma:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \alpha(T, u) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + v_1(A) \frac{\partial u}{\partial x} + v_2(A) \frac{\partial u}{\partial y} + \sigma u = f & (x, y) \in \Omega, t \in (0, T] \\ u = 0 & \text{em } \partial\Omega \\ u(x, y, 0) = u_0(x, y). \end{cases} \quad (2)$$

Note que, neste caso esses parâmetros são calculados em função de algumas características da posição da malha através de um SBRF, sendo o valor da fonte  $d = 100$ . Vamos utilizar a temperatura ( $T$ ) e a concentração de poluição ( $u$ ) de cada ponto da cidade (malha) como fatores que influenciam na difusão  $\alpha$ . Também, consideramos a força de atrito ( $A$ ) como variável que influencia nas velocidades. Assim, utilizamos os SBRF apresentados na subsecção 4.1, para obtermos os diferentes valores de  $\alpha$ ,  $v_1$  e  $v_2$  um para cada ponto do domínio discretizado, onde acontece a difusão.

A função  $f$  é definida como:

$$f(x, y, t) = 0, \forall (x, y) \neq (x_i, y_i) \text{ para algum } i \in \{1, \dots, 896\} \text{ e}$$

$$f(x_i, y_i, t) = \begin{cases} d, & \text{se } t < \tilde{t} \\ 0, & \text{se } t \geq \tilde{t}, \quad d > 0. \end{cases}$$

Na simulação consideramos a condição inicial dada por:

$$u_0(x, y) = 0, \forall (x, y) \neq (x_i, y_i) \text{ para algum } i \in \{1, \dots, 896\} \text{ e } u_0(x_i, y_i) = d.$$

O valor de  $\tilde{t} = 5$  representa o tempo de funcionamento da indústria. Consideramos que a indústria emite poluentes no período matutino, pois a passagem do satélite é nesse período. Estamos considerando que cada iteração representa uma hora, desta forma, a indústria emite poluentes por cinco horas. Podemos observar que a equação (2) não é linear, pois precisamos determinar a difusão da poluição no presente instante afim de encontrar a solução em cada tempo posterior. Assim utilizamos o cálculo da extrapolação da concentração da poluição feita por  $u_{ext} = 2u_{i+1} - u_i, i = 1, 2, \dots$ , obtendo a concentração no presente instante e determinamos a difusão pelo SBRF. Logo a aproximação da solução numérica da equação (2) é obtida utilizando o MEF e o método de Crank-Nicolson, e os parâmetros fuzzy  $\alpha$ ,  $v_1$  e  $v_2$ .

#### 4.1 Sistemas Baseados em Regras Fuzzy

Nesta subsecção apresentamos os SBRF que são utilizados para obter os parâmetros fuzzy da equação diferencial parcial advectiva-difusiva (2).

A difusão depende da temperatura e da concentração de poluentes. Utilizamos as variações da temperatura e da concentração de  $MP_{10}$  já apresentadas no seção 2. Consideramos o domínio da temperatura [14.5, 37.5], sendo do valor mínimo ao valor máximo das temperaturas nos meses de junho e setembro. A outra variável de entrada, concentração de poluentes apresenta o domínio [0, 300]. As funções de pertinência são triangulares e trapezoidais. A variável linguística de saída, difusão da poluição ( $\alpha$ ) consideramos o domínio [0, 1] e as funções de pertinência são triangulares. Cada variável linguística tem três termos linguísticos. Assim, o SBRF tem nove regras fuzzy, apresentamos uma regra:

- Se a temperatura é alta e a concentração de poluentes é média então a difusão é alta.

O método de inferência é o método de Mamdani e o método de defuzzificação é o Centro de Gravidade.

As velocidades dependem da força de atrito. Para obter a variação das velocidades na direção  $x$  e  $y$  utilizamos [2] já mencionado na seção 2, ou seja, a variação da resultante da velocidade está entre  $0.5$  e  $2m/s$ . Como os valores fornecidos são referentes à resultante da velocidade e estamos trabalhando com as componentes  $x$  e  $y$  da velocidade, devemos determinar as variações das componentes. Consideramos no SBRF a velocidade na direção do eixo  $x$  variando de  $0$  a  $0.5m/s$  e a velocidade na direção do eixo  $y$  variando de  $0$  a  $0.01m/s$ , ou seja, a resultante é igual  $0.5m/s$ , quando as componentes são  $0.01m/s$  e  $0.5m/s$ . A variável linguística de entrada para  $v_1$  e  $v_2$  é a força de atrito, com domínio  $[0, 1]$ . As funções de pertinência são trapezoidais. A variável linguística de saída  $v_1$  (Velocidade na direção  $x$ , com domínio  $[0, 0.5]$ ). No outro SBRF tem como variável de saída  $v_2$  (Velocidade na direção  $y$ ) com domínio  $[0, 0.01]$ . As funções de pertinência para  $v_1$  e  $v_2$  são trapezoidais.

Como temos as temperaturas em cada *nó* da malha, precisamos do valor do atrito em cada *nó*. Devido à dificuldade de obter barreiras nos pontos da cidade, optamos por utilizar uma distribuição randômica entre  $0$  e  $1$ , para o valor do atrito em cada *nó* da malha.

Uma das regras fuzzy baseada no conhecimento do especialista na área é a seguinte:

- Se a força de atrito é *alta* então as velocidades  $v_1$  e  $v_2$  são *baixas*.

Consideramos a cidade de Uberlândia dividida em 5 regiões como mostra a Figura 6, escolhemos um *nó* em cada região para estudarmos a concentração de poluentes nessas regiões. Os *nós* escolhidos foram:

- *nó 130*: Região Sul (Proximidades do bairro Shopping Park e da Faculdade UNITRI);
- *nó 159*: Região Leste (Proximidades do Parque do Sabiá);
- *nó 512*: Região Oeste (Imediações do bairro Jardim Europa);
- *nó 644*: Região Central(Centro da cidade);
- *nó 696*: Região Norte (Proximidades do Distrito Industrial).



Figura 6: Regionalização de Uberlândia.

Os gráficos das Figuras 7 e 8 apresentam a concentração de poluentes após 8 iterações nos *nós 644, 130, 159, 512 e 696*. As simulações foram feitas nesses cinco *nós* para identificar qual seria a melhor localização para se construir outras indústrias. Esta identificação é realizada verificando-se onde a concentração de poluentes assume o menor valor. Observe que os gráficos das figuras mostram que a concentração de poluentes aumenta até a iteração 5, mostrando que a indústria está emitindo poluente. Nas iterações seguintes, a concentração de poluentes diminui a cada iteração. Este comportamento é compatível com o esperado. Na Figura 9 é apresentada a diferença de concentração de poluentes entre os meses de junho e setembro em cada *nó* e através dessa figura nota-se que a região mais adequada para a construção de outras indústrias é próximo do *nó 644*.

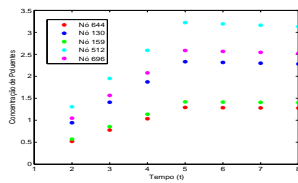


Figura 7: Concentração de poluentes no ar em cada nó, no mês de junho.

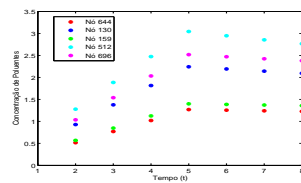


Figura 8: Concentração de poluentes no ar em cada nó, no mês de setembro.

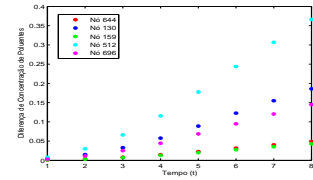


Figura 9: Diferença de concentração de poluentes dos meses em cada nó.

## 5 Conclusões

Como o nó 644 está localizado na região central da cidade, pela lógica não seria viável construir uma indústria neste local, assim devemos observar o nó que teria a segunda menor concentração. Logo, a melhor localização seria no nó 159 que está localizado na região leste da cidade. Portanto concluímos que a melhor localização para se construir outras indústrias na cidade de Uberlândia seria na região Leste da cidade, considerando os nós estudados. No modelo determinístico a concentração de poluentes é a mesma em qualquer ponto da cidade, pois não é levado em conta fatores importantes que influenciam a dispersão e a velocidade dos poluentes. Assim, acreditamos que, devido à incerteza dos fenômenos naturais, a combinação de equações diferenciais e a teoria da lógica fuzzy nos permite retratar o fenômeno estudado mais próximo da realidade possível.

## Agradecimentos

A primeira autora agradece à CAPES pela bolsa de doutorado e a segunda autora agradece à bolsa da Capes/Estágio Sênior/Processo nº 88881.119095/2016-01.

## Referências

- [1] J. C. Borges, Estudo da Concentração da Poluição do Ar com Parâmetro Fuzzy em Uberlândia, Dissertação de Mestrado, UFU, 2016.
- [2] M. V. O. Fernandes, Simulação da Concentração de Material Particulado Inalável de Origem Veicular em uma Interseção Sinalizada de Uberlândia-MG, Dissertação de mestrado em Engenharia Química, UFU, 2013.
- [3] Gmsh: a three finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. <http://geuz.org/gmsh/>. Acesso: 28 de janeiro, 2015.
- [4] S. A. Marciel e L. A. Oliveira, Avaliação do valores gerados de temperatura de superfície dos sensores TIRs do satélite Landsat 8 aplicados ao perímetro urbano do município de Uberlândia-MG, *AMBIÊNCIA*, 12(3): 821-830, 2016.
- [5] C. C. Oliveira, P. H. Mello, R. S. M. Jafelice and J.F. Meyer, A Model of Dispersion of Pollutants in the Air using Fuzzy Parameters, In *International Symposium on Mathematical and Computational Biology*, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2010.
- [6] D. S. Oliveira, Aplicações de Equações Diferenciais com Parâmetro Fuzzy, Monografia, UFU, 2011.