

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

## Modelagem Matemática de um Segmento da Rede Primária de Distribuição de Energia Elétrica utilizando o Modelo PI

Ana Júlia S. Silva<sup>1</sup>Paulo Sausen<sup>2</sup>Airam Sausen<sup>3</sup>

Programa de Pós Graduação em Modelagem Matemática, DCEEng, Unijuí, Ijuí, RS

**Resumo.** No presente artigo será apresentada a modelagem matemática de um segmento da rede de distribuição de energia elétrica da concessionária municipal de Ijuí - Demei, a partir do modelo PI. Este modelo descreve o comportamento de um circuito elétrico através de uma linha de transmissão de energia considerando a resistência e a indutância do cabo, a tensão, a corrente e a carga da rede. As simulações computacionais foram realizadas no *software* de computação algébrica e numérica *Matlab/Simulink*, com base em um conjunto de dados experimentais obtido através da instalação de analisadores de energia diretamente na rede de média tensão da concessionária (i.e., rede real). Estes dados foram utilizados para a simulação computacional e para a validação do modelo. Após a análise dos dados foi constatado que o modelo desenvolvido consegue capturar as características da rede modelada, apresentando um erro inferior a 2 %.

**Palavras-chave.** Sistema Elétrico de Potência, Linhas de Transmissão, Linhas de Distribuição, Sistema Real, Modelo PI

### 1 Introdução

O uso crescente de dispositivos elétricos e eletrônicos tem impulsionado uma série de mudanças em todos os setores da indústria e do comércio e, com isso, provocado um aumento considerável na demanda por energia elétrica. Desta forma, incentiva-se a utilização de geração distribuída através de energias renováveis, como alternativa para suprir a crescente demanda no consumo mundial [3]. Por outro lado, o sistema elétrico convencional atualmente em uso foi desenvolvido na década de 1940 (i.e., século passado). Devido aos avanços na área da tecnologia da informação e automação industrial, além das demandas oriundas do processo de globalização e desenvolvimento econômico do país, surge um novo conceito de sistema elétrico, denominado *Smart Grid* ou Rede Inteligente, uma tecnologia que adiciona informação à rede e promove o uso eficiente da eletricidade [7]. Além disso, as Redes Inteligentes podem contribuir significativamente para o suprimento da demanda, além de auxiliar à redução das perdas técnicas na distribuição de energia.

---

<sup>1</sup>ajdsd.silva@unijui.edu.br

<sup>2</sup>sausen@unijui.edu.br

<sup>3</sup>airam@unijui.edu.br

Entretanto, para que seja possível a inserção deste novo conceito de sistema elétrico é de fundamental importância a realização de testes e simulações computacionais com a rede, anterior à instalação destas tecnologias, para compreender seu impacto no sistema real. Diante disto, a modelagem matemática, configura-se como uma importante ferramenta, pois permite representar um sistema real de distribuição de energia, favorecendo o planejamento de expansão destes sistemas, além da incorporação de novas tecnologias [8].

Neste contexto, o presente artigo tem como objetivo principal, desenvolver a modelagem matemática da rede primária de energia elétrica da concessionária Demei (Departamento Municipal de Energia Elétrica de Ijuí). Para este estudo será utilizado o modelo PI, o qual consiste em equações matemáticas que descrevem um circuito elétrico para simular o comportamento de uma Linha de Transmissão (LT) ou de uma Linha de Distribuição (LD) de energia [4]. O modelo foi implementado no *software Matlab/Simulink* e os dados experimentais foram obtidos através de analisadores que permaneceram instalados em um trecho da rede da concessionária, descrevendo o sistema real.

O restante deste artigo está organizado como segue. Na seção 2 descreve-se o desenvolvimento da modelagem matemática, desde o mapeamento da rede elétrica, apresentação dos parâmetros das LDs e descrição do modelo PI, até a sua implementação no *Matlab/Simulink*. Na seção 3 são apresentados os resultados da pesquisa. Por fim, na Seção 4 apresenta-se as conclusões e são apontados os trabalhos futuros.

## 2 Modelagem Matemática

Nesta seção é apresentada a modelagem matemática desenvolvida neste artigo. Inicialmente é abordada sobre a metodologia adotada para a obtenção dos dados experimentais através do mapeamento da rede elétrica desenvolvido pela plataforma E2MIG. Em seguida, os parâmetros das LDs do segmento modelado são apresentados. E por fim, é realizada a descrição do modelo PI e é apresentada a sua implementação no *Matlab/Simulink*.

### 2.1 Mapeamento da Rede Elétrica

A rede modelada pertence ao sistema de distribuição primário de 23,1 kV da concessionária Demei, localizada no município de Ijuí, onde foram instalados analisadores de energia, adquirindo tensão, corrente e carga do sistema, compondo o banco de dados desta pesquisa. Para definir o trecho utilizado na modelagem matemática desenvolveu-se na ferramenta computacional *Matlab/Simulink*, uma representação geométrica da rede do Demei com as mesmas características da rede física, com o intuito de simular o comportamento real deste sistema. Para esta representação utilizou-se os dados informados pela própria concessionária através do acesso à plataforma E2MIG, a qual possui todas as informações da rede elétrica do município de Ijuí, tanto técnicas quanto geográficas.

A partir dos dados obtidos nesta plataforma desenvolveu-se no *Simulink* a representação geométrica da rede com os principais parâmetros de configuração e caracterização da rede física real. Definiu-se dois segmentos para a instalação dos analisadores de energia, denominados *trecho AB* e *trecho AC*, respectivamente, os quais podem ser observados na Figura 1. Destaca-se que foram obtidos dois conjuntos de dados experimentais, um através de medições no *trecho AB* e outro através de medições no *trecho AC*. É importante des-

tacar que inicialmente definiu-se o primeiro segmento para modelagem (*trecho AB*), por tratar-se de um segmento simples, sem derivações e sem cargas inseridas, pois o objetivo inicial era verificar a performance do modelo PI na modelagem da rede do Demei. Após a validação do modelo para este segmento inicial, definiu-se um segundo segmento, o qual denominou-se *trecho AC*, considerando mais características do sistema como, por exemplo, uma ramificação e uma carga referente a um condomínio do município, visando verificar se o modelo também apresentava resultados satisfatórios quando submetido a um segmento maior e com mais propriedades da rede real. Neste artigo será dado ênfase na modelagem do *trecho AC*, assim chamado, pois os analisadores de energia foram instalados no ponto A, representando a entrada do sistema e no ponto C, representado a saída do sistema.

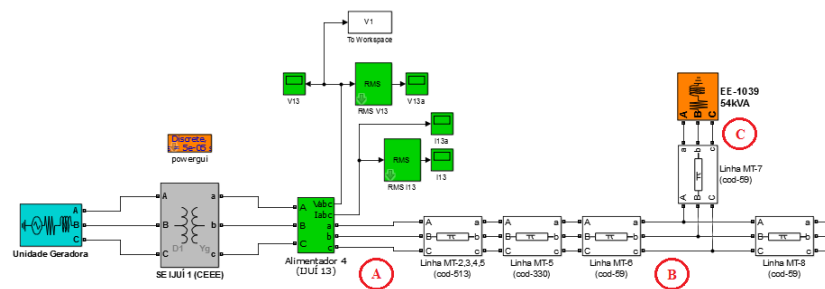


Figura 1: Representação geométrica da rede primária no *Simulink* - Trecho AC.

Os analisadores permaneceram instalados no trecho AC por aproximadamente oito dias contínuos, cerca de 11515 minutos ou 191,92 horas, com uma taxa de amostragem constante de 5 minutos. Estes equipamentos de mensuração foram disponibilizados pela concessionária e instalados na rede por funcionários treinados para realizar estas atividades, devido aos riscos ao trabalhar com a rede primária, isto é, rede de média tensão (de 1 kV a 36,2 kV).

## 2.2 Parâmetros das linhas de distribuição

As LDs ou condutores de energia, possuem parâmetros de resistência, indutância e capacitância, os quais são definidos de acordo com o tipo do cabo e suas particularidades, de acordo com a NBR (Norma Brasileira) 6880 [1]. Na Tabela 1 são apresentados os parâmetros das LDs presentes no trecho modelado e obtidos através da plataforma E2MIG. Ressalta-se que o sistema elétrico é trifásico (fases A, B e C), mas para este estudo, considerou-se somente umas das fases (fase A), visando simplificar o processo. Na Tabela 1,  $R_1$  representa a resistência de sequência positiva,  $R_0$  a resistência de sequência zero,  $L_1$  a indutância de sequência positiva,  $L_0$  a indutância de sequência zero e,  $l$  representa o comprimento da linha.

## 2.3 Modelo PI

O modelo PI é muito utilizado pela literatura técnica para descrever sistemas da eletrônica de potência [4, 6, 7]. Consiste na representação elétrica ou matemática de um circuito de uma rede de transmissão ou distribuição de energia [4–6]. Além disto, é assim

Tabela 1: Parâmetros dos cabos para o trecho AC.

Cod. Cabo	$R_1(\Omega/km)$	$R_0(\Omega/km)$	$L_1(H/km)$	$L_0(H/km)$	$l(km)$
513	0,2108	0,30327	804,45e-6	804,45e-6	0,10736
330	0,187	0,365	1,08e-3	4,93e-3	0,28879
59	0,696	0,87363	1,39e-3	5,24e-3	0,20114
59	0,696	0,87363	1,39e-3	5,24e-3	0,01851

chamado, devido a representação do circuito assemelhar-se ao símbolo  $\pi$ , conforme Figura 2.

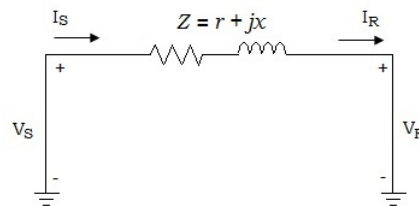


Figura 2: Modelo PI para linhas curtas ( $< 80$  km).

O modelo PI é descrito pelas equações (1) e (2):

$$V_S = V_R + Z I_R, \tag{1}$$

$$I_S = I_R, \tag{2}$$

onde:  $V_S$  e  $I_S$  são a tensão e a corrente de entrada do sistema (nas barras de transmissão),  $V_R$  e  $I_R$  são a tensão e a corrente de saída do sistema (nas barras receptoras), respectivamente e  $Z$  é a impedância série. As tensões  $V_S$  e  $V_R$  são dadas em *Volts* ( $V$ ), as correntes  $I_S$  e  $I_R$  são dadas em *ampère* ( $A$ ) e a impedância  $Z$  é dada em *Ohms* ( $\Omega$ ) e é descrita por:

$$Z = r + jx, \tag{3}$$

onde:  $r$  é a resistência total da linha e  $x$  é a reatância indutiva.

O modelo PI apresentado na Figura 2, considera a atenuação do sinal em função da resistência do cabo condutor de energia (ou LT/LD) [4], mas não leva em consideração a carga total presente na rede elétrica. Por este motivo realizou-se algumas modificações neste modelo, para que este considerasse além da resistência do cabo, também a resistência provocada pela carga que alimenta os dispositivos instalados na rede. Uma vez que o trecho AC modelado possui uma carga inserida e, para melhores resultados, ela precisa ser considerada.

Desta forma, modificou-se o modelo para que este considerasse a resistência da LD e a resistência provocada pela ação da carga dos dispositivos conectados à rede, obtendo-se a equação (4),

$$V_S = V_R + R_T I_R, \tag{4}$$

onde:  $R_T$  é a resistência total da rede ( $\Omega$ ), dada pelo somatório entre a resistência provocada pelo fluxo de carga e pela corrente ( $R_R$ ) e a resistência do cabo ( $R_c$ ). Portanto, este modelo pode ser utilizado para representar as LDs considerando a ação da carga dos dispositivos conectados na rede, representando o sistema modelado de forma mais concreta, visando melhorar sua performance no estudo e na representação de um sistema elétrico de potência.

### 2.4 Implementação do Modelo

O modelo PI com a adição da carga foi implementado na ferramenta computacional *Matlab/Simulink*, conforme pode ser observado na Figura 3. Ressalta-se que embora o modelo PI já apresente resultados satisfatórios, principalmente, quando pretende-se representar o sistema elétrico sem a ação da carga da rede, o novo modelo expressa resultados mais acurados que o anterior e ainda pode ser utilizado quando estuda-se o efeito dos dispositivos conectados à rede.

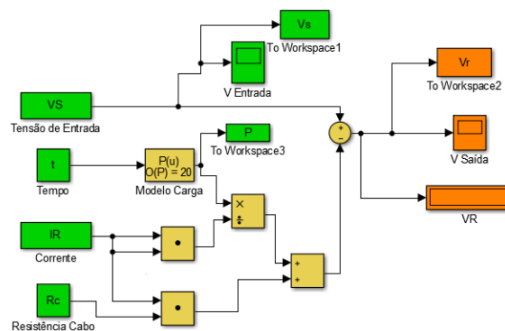


Figura 3: Implementação computacional do modelo PI considerando a carga presente na rede.

## 3 Resultados e Discussões

A validação do modelo é entendida como o confronto entre os dados do sistema real e os resultados obtidos através de simulações computacionais. Esta etapa configura-se como o processo de aceitação ou rejeição do modelo [2]. Um modelo matemático dificilmente descreverá todas as características do sistema real, no entanto, ele pode ser utilizado para representar tal sistema, quando descrever as características fundamentais, com resultados satisfatórios e acurados.

Os resultados das simulações computacionais do modelo PI com a carga são descritos na Tabela 2, onde encontram-se o erro em cada tempo de amostragem, o erro médio do modelo e a média e o desvio padrão para a tensão de entrada ( $V_S$ ) e para a tensão de saída experimental e simulada ( $V_{R_e}$  e  $V_{R_s}$ , respectivamente). Na Figura 4, são apresentados os resultados experimentais e simulados pelo modelo PI para o trecho AC, considerando a

carga presente na rede. A curva em azul representa a tensão de entrada experimental ( $V_S$ ) e as curvas em vermelho e em verde representam a tensão de saída ( $V_R$ ), experimental e simulada, respectivamente.

Tabela 2: Resultado das simulações para o trecho AC, considerando o modelo PI com a carga.

$t$	tempo	Data	$V_S$	$V_{R_e}$	$V_{R_s}$	Erro (%)
1	8:55	24/10	12.931	13.062	12.761	2,30
2	9:50	24/10	12.947	13.147	12.774	2,84
3	9:05	24/10	12.931	13.025	12.760	2,04
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
1.043	23:45	27/10	12.855	12.874	12.746	1,00
1.044	23:50	27/10	12.850	12.916	12.742	1,34
1.045	23:55	27/10	12.858	13.225	12.753	3,57
<b>Média ± Desvio Padrão</b>			<b>12.986±150</b>	<b>13.018±198</b>	<b>12.838±158</b>	<b>1,84±1,35</b>

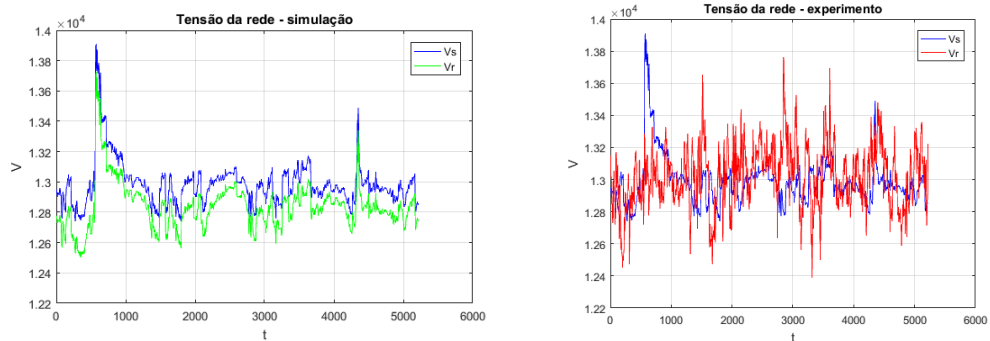


Figura 4: Resultado simulado e experimental - trecho AC.

Na Figura 4, pode-se observar a magnitude do erro, através de uma análise comparativa entre a tensão de saída simulada e experimental. A curva em verde representa a tensão no ponto C obtida através da simulação computacional do modelo PI com a carga e a curva em vermelho representa a tensão no ponto C obtida experimentalmente. Enquanto a curva em azul representa a tensão de entrada do sistema, ou seja, a tensão no ponto A. Desta forma, pode-se verificar que o comportamento da tensão na saída do trecho, simulada pelo modelo, apresentou comportamento semelhante à tensão neste mesmo ponto, no trecho real.

## 4 Conclusões

Neste estudo implementou-se o modelo PI acrescentando o efeito provocado pela carga que alimenta os dispositivos inseridos na rede, a fim de considerar mais características do

sistema real e, desta forma, torná-lo mais acurado. Para as simulações computacionais utilizou-se dados coletados da rede real, considerando o trecho AC, ou seja, a tensão mensurada no ponto A do trecho foi utilizada como dado de entrada para a simulação e os resultados encontrados, representam a tensão de saída do trecho em cada instante de tempo, e foram comparados com o conjunto de dados obtidos do sistema real (i.e., tensão no ponto C). Verificou-se para este trecho, que o modelo PI com a carga apresentou erro médio de 1,84% com desvio padrão de 1,35%, obtendo uma melhora de 45,4% em relação ao modelo PI sem a carga, o qual apresentou erro médio de 3,37%.

Como trabalhos futuros sugere-se estender este estudo acrescentando ramificações duplas e triplas, encontradas na rede real, para simular o comportamento do sistema como um todo. Posteriormente, acrescentar também, características de redes inteligentes com geração distribuída, análise de consumo e sinais harmônicos presentes na rede elétrica, visando contribuir para a melhoria da qualidade da energia fornecida pela concessionária Demei.

## Agradecimentos

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal do Ensino Superior (Capes) pela bolsa, à Unijuí pela estrutura física oferecida e ao Demei pelo aporte financeiro à pesquisa, a partir do Projeto de P&D (ANEEL).

## Referências

- [1] ABNT - associação brasileira de normas e técnicas, Disponível em: <http://abnt.org.br>.
- [2] D. J. B. Freitas, Estudo e aplicação de modelos analíticos na predição do tempo de vida de baterias utilizadas em dispositivos móveis: proposição de extensões aos modelos tradicionais, Dissertação de Mestrado, Unijuí, 2015.
- [3] L. M. Guedes, Alocação de unidades de geração distribuída considerando perdas e aspectos econômicos, Tese de Doutorado, UnB, 2013.
- [4] J. D. Irwin and R. M. Nelms, *Análise básica de circuitos para a engenharia*, LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda, Rio de Janeiro - RJ, 2013.
- [5] A. Monticelli, and A. Garcia, *Introdução a sistemas de energia elétrica*, Editora da Unicamp, Campinas - SP, 2001.
- [6] J. Morales and L. Zhunio and C. Patiño and F. Siavichay and J. Montesdeoca and R. J. Cabral. Induced over voltages produced by atmospheric discharges considering JMarti and Pi distribution lines models. In *Electronics and Computing (ROPEC)*. IEEE - International Autumn Meeting on Power, 2014. DOI: 10.1109/ROPEC.2014.7036321.
- [7] J. F. Schreiber. Modelagem de um sistema de distribuição de energia considerando a aplicação em (*Smart Grids*). In *Journal of Latex Class Files*, vol. 11, nº 4, 2012.
- [8] J. Sousa, Planejamento de sistemas de distribuição de energia elétrica através de um modelo de programação linear inteiro misto (PLIM), Tese de Doutorado, USP, 2011.