Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, v. 6, n. 1, 2018.

Trabalho apresentado no XXXVII CNMAC, S.J. dos Campos - SP, 2017.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Metodologias de escalarizações para o problema de rotação de culturas biobjetivo

Angelo Aliano Filho[1]
Departamento de Matemática, UTFPR, Apucarana, PR
Helenice de Oliveira Florentino[2]
Departamento Bioestatística, UNESP, Botucatu, SP
Margarida Vaz Pato[3]
CMAFCIO e ISEG, Universidade de Lisboa, Portugal

Resumo. Este trabalho apresenta, ineditamente, um modelo matemático para o Problema de Rotação de Culturas Biobjetivo (PRC-BO). Os objetivos deste problema consistem em maximizar o lucro da rotação e, ao mesmo tempo, maximizar o número de culturas distintas na programação de plantio num dado horizonte de planejamento, sendo estas metas conflituantes entre si. É desejado obter o conjunto de soluções que estabelecem um compromisso entre estes objetivos (soluções eficientes). Para tanto, o trabalho aplica e adapta dois métodos clássicos de escalarização, a saber, o método da Soma Ponderada e o método do $\varepsilon-$Restrito. Uma instância com dados reais foi resolvida com estes dois procedimentos e, ao final, fazemos uma comparação entre estes métodos quanto ao número de soluções eficientes determinadas e esforço computacional.

Palavras-chave. Rotação de Culturas, Sustentabilidade, Otimização Multiobjetivo.

1 Introdução

O Brasil é um país com enorme potencial agrícola e modelos de produção apropriados, que visam um melhor aproveitamento da terra e de seus recursos tornam-se imprescindíveis. Nos últimos anos, têm-se intensificado formas de produção vegetal que levam em conta a minimização da degradação ambiental e aproveitamento otimizado do solo. Nesta perspectiva, o tema Rotação de Culturas ganhou espaço nas principais discussões de inovação e desenvolvimento agrícola.

Formulações matemáticas de Problemas de Rotações de Culturas (PRC) foram desenvolvidas em alguns trabalhos, como em [1, 2, 3]. No entanto, tais estudos não abordam o aspecto multiobjetivo que este problema possui, ou seja, apenas consideram um único critério a ser otimizado. Frequentemente, tal critério é o lucro da rotação ou o tempo de aproveitamento do solo, determinando soluções ótimas que não são importantes do ponto de vista ambiental e ecológico.

[1]angeloaliano@utfpr.edu.br
[2]helenice@ibb.unesp.br
[3]mpato@ulisboa.pt

O presente trabalho apresenta um modelo matemático biobjetivo para a rotação de culturas melhorado e mais amplo, ao inserir um objetivo de maximização de variedades de culturas na rotação. Esta inserção leva um modo de produção capaz de fornecer ao gestor uma poderosa ferramenta na análise de seu planejamento. Além disso, apresentamos duas técnicas de exatas escalarização. Uma destas metodologias de programação multiobjetivo, permite determinar todas as soluções eficientes do problema em questão.

2 Formulação Matemática

Parte do modelo matemático para o PRC-BO foi baseado nos trabalhos em [3, 4, 5], que apresentam formulações mono-objetiva para rotação de culturas com restrições de demanda. Uma crítica a estas formulações baseiam-se no fato de a solução ótima apenas contempla uma pequena quantidade de diferentes culturas para compor a programação de plantio, ou seja, apenas as culturas que dão maiores lucros são selecionadas. Do ponto de vista ambiental e ecológico, a diversidade de culturas na mesma área promove um melhor aproveitamento do solo e dificulta a atuação de agentes patológicos nas plantas, além de promover uma produção vegetal sem causar excessos no mercado regional, acarretando a desvalorização dos produtos.

A programação de plantio segundo o novo modelo utiliza uma área de plantio dividida em L lotes, sendo a área do lote k representada por a_k hectares. Em um horizonte de planejamento de M períodos de duração, temos disponíveis N culturas a serem cultivadas nestes lotes, pertencentes a N_f famílias botânicas. Os demais parâmetros desta formulação são:

- t_i: ciclo de vida da cultura i;
- l_{ij}: lucratividade da cultura i no período j (R$/ha);
- $I_i = [C_i, T_i]$: intervalo de plantio da cultura i, em que C_i é o período mais cedo e T_i o período mais tarde;
- C: conjunto de culturas para fins comerciais, $C \subset \{1, ..., N\}$;
- A: conjunto das culturas leguminosas (que realizam a adubação verde), $A \subset \{1, ..., N\}$;
- $n = N + 1$: período de pousio ou descanso do solo.

As variáveis decisórias são definidas por:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se a cultura } i \text{ for plantada no período } j \text{ no lote } k; \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

e

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se a cultura } i \text{ for plantada em algum período } j \text{ e em algum lote } k; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

O modelo biobjetivo para este problema é apresentado a seguir.

$$\text{maximize} \quad z_1 = \sum_{i \in C} \sum_{j \in I_i} \sum_{k=1}^{L} a_k \cdot l_{ij} \cdot x_{ijk} \tag{1}$$

$$\text{maximize} \quad z_2 = \sum_{i \in C} y_i \tag{2}$$

$$\text{sujeito a} \quad \sum_{i \in F_p} \sum_{r=0}^{t_i - 1} \sum_{v \in S_k} x_{i(j-r)v} \leq L \left(1 - \sum_{i \in F_p} \sum_{r=0}^{t_i - 1} x_{i(j-r)k} \right), \quad p = 1, ..., N_f,\ j = 1, ..., M,\ k = 1, ..., L, \tag{3}$$

$$\sum_{i \in F_p} \sum_{r=0}^{t_i} x_{i(j-r)k} \leq 1, \qquad p = 1, ..., N_f,\ j = 1, ..., M,\ k = 1, ..., L, \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{N+1} \sum_{r=0}^{t_i - 1} x_{i(j-r)k} \leq 1, \qquad j = 1, ..., M,\ k = 1, ..., L, \tag{5}$$

$$\sum_{i \in A} \sum_{j=1}^{M} x_{ijk} \geq 1, \qquad k = 1, ..., L, \tag{6}$$

$$\sum_{j=1}^{M} x_{njk} \geq 1, \qquad k = 1, ..., L, \tag{7}$$

$$\sum_{j \in I_i} \sum_{k=1}^{L} x_{ijk} \geq y_i, \qquad i \in C, \tag{8}$$

$$\sum_{j \in I_i} \sum_{k=1}^{L} x_{ijk} \leq M \cdot L \cdot y_i, \qquad i \in C, \tag{9}$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\}, \quad y_i \in \{0, 1\}, \qquad i = 1, ..., N+1,\ j \in I_i,\ k = 1, ..., L. \tag{10}$$

O objetivo (1) visa maximizar o lucro total com a rotação no horizonte de planejamento. Já o objetivo (2) maximiza o número de diferentes culturas comercializáveis selecionadas para plantar. Note que estas metas são conflituantes entre si, porque se z_1 é máximo, então apenas as que dão os maiores lucros são plantadas. Por outro lado, se z_2 é máximo, então culturas que dão um menor lucro deverão entrar na rotação, reduzindo o valor de z_1. Ou seja, não existe no geral uma solução ideal que otimiza z_1 e z_2 concomitantemente. A proposta é encontrar um conjunto de soluções que estabelecem um compromisso entre estes objetivos. Nestas soluções um objetivo não pode ser melhorado sem piorar o outro [7].

As restrições (3) visam garantir que lotes que compartilham uma aresta em comum, tenham culturas sempre de família botânica distintas, até que sejam colhidas. As restrições (4) garantem que em cada lote não haverá plantio consecutivo de uma cultura pertencente à mesma família botânica. As restrições (5) impedem sobreposição de plantio, isto é, uma cultura sucessora só pode ser plantada até que transcorram t_i períodos da cultura i precedente. As restrições (6) e (7) garantem o uso da adubação verde (cultivo de plantas da família A) e do pousio, respectivamente, pelo menos uma vez no horizonte de planejamento, para todos os L lotes. Restrições (8) e (9) relacionam as variáveis x_{ijk} e y_i, isto é, se $y_i = 0$ então a cultura i não é plantada em todos os períodos e lotes. Caso contrário, se $y_i = 1$, então ela é cultivada pelo menos uma vez. Finalmente, (10) define o domínio binário de todas as variáveis do problema.

Detalhamos na próxima seção, dois métodos que transformam o problema biobjetivo (1)-(10) em um problema escalar, cuja solução é uma solução eficiente para o problema original.

3 Métodos de solução

A preocupação dos autores deste trabalho foi resolver o PRC-BO gerando o menor número possível de problemas escalares a serem resolvidos. Como foi demostrado no trabalho em [3], o PRC mono-objetivo com a função (1) é $\mathcal{NP}$-Difícil. A prova baseia-se num caso simplificado sem demanda. Podemos pois concluir que o problema de maximizar (1) sujeito a (3)-(7) e (10) é também $\mathcal{NP}$-Difícil. Consequentemente, a resolução dos problemas escalares pode ter um elevado custo computacional. Desta maneira, torna-se imprescindível o desenvolvimento de um método sistemático de enumeração de soluções eficientes, que gere a menor quantidade possível de problemas escalares, para que a determinação de um número razoável de soluções eficientes seja feita em um tempo de CPU hábil.

Apresentamos duas técnicas de escalarização empregadas em otimização multiobjetivo, a Soma Ponderada (que gera apenas um subconjunto de soluções eficientes suportadas) e o $\varepsilon-$Restrito (que gera todas as soluções eficientes). É nossa intenção também comparar a disparidade entre estes procedimentos.

Em ambos os métodos, é necessário otimizar individualmente z_1 e z_2, a fim de determinar os pontos lexicográficos $\mathbf{z}^{\text{lex}_1}$ e $\mathbf{z}^{\text{lex}_2}$ da fronteira de Pareto. Sejam $\mathbf{x}_1^*$ e $\mathbf{x}_2^*$ soluções ótimas dos seguintes problemas, respectivamente:

$$\begin{array}{ll} \text{maximize} & z_1 \\ \text{sujeito a} & (3)-(10) \end{array} \quad \text{e} \quad \begin{array}{ll} \text{maximize} & z_2 \\ \text{sujeito a} & (3)-(10), \end{array} \tag{11}$$

e $z_1(\mathbf{x}_1^*) = z_1^+$, $z_2(\mathbf{x}_2^*) = z_2^+$, $z_1(\mathbf{x}_2^*) = z_1^-$, $z_2(\mathbf{x}_1^*) = z_2^-$ os valores dos objetivos determinados por estas soluções. Agora, consideremos os pontos *ideal* e *nadir* dados, respectivamente, por $\mathbf{z}^I = (z_1^+, z_2^+)^T$ e $\mathbf{z}^N = (z_1^-, z_2^-)^T$. Desta maneira $\mathbf{z}^{\text{lex}_1} = (z_1^-, z_2^+)^T$ e $\mathbf{z}^{\text{lex}_2} = (z_1^+, z_2^-)^T$ são os pontos lexicográficos da fronteira de Pareto.

3.1 O método da Soma Ponderada

Uma primeira maneira de determinar soluções eficientes para o PRC-BO, consiste em maximizar a combinação convexa dos objetivos z_1 e z_2 normalizados, isto é, resolver o seguinte problema escalar, com $\lambda \in]0,1[$:

$$\begin{array}{ll} \text{maximize} & \lambda \cdot \frac{z_1}{z_1^+ - z_1^-} + (1-\lambda) \cdot \frac{z_2}{z_2^+ - z_2^-} \\ \text{sujeito a} & (3)-(10). \end{array} \tag{12}$$

Fazendo λ variar, podemos obter diferentes soluções eficientes para o problema (1)-(10), de acordo com [7]. Uma forma de atribuir valores para λ, consiste fazer $z_2^+ - z_2^-$ atribuições uniformemente distribuídas no intervalo $]0,1[$.

Como será ilustrado na subseção seguinte, o método presente não determina todas as soluções eficientes do PRC-BO, em particular não determina as soluções não-suportadas da fronteira de Pareto. Como alternativa, propomos aplicar o método $\varepsilon-$Restrito que contorna este inconveniente.

3.2 O método do $\varepsilon-$Restrito

O presente método da maneira como ele foi adaptado determina todas as soluções eficientes para o PRC-BO. Neste método, o conjunto de restrições de cada problema escalar é modificado iterativamente. Em cada passo, impõe-se uma restrição de igualdade para o objetivo z_2, e minimiza-se z_1, levando ao seguinte problema escalar:

$$\begin{array}{ll} \text{maximize} & z_1 + \rho \cdot z_2 \\ \text{sujeito a} & (3) - (10) \\ & z_2 = \varepsilon, \end{array} \tag{13}$$

onde $\rho = 10^{-4}$ para evitar soluções ótimas alternativas. Os valores de ε estão no intervalo discreto $\mathcal{I} =]z_2^-, z_2^+[$. Ou seja, o problema (13) visa determinar (se possível) uma programação de plantio com máximo lucro e que tenha, exatamente, ε culturas do conjunto C ao longo do horizonte de planejamento, em todos os lotes. Ao fazer ε tomar todos os valores possíveis em $\mathcal{I}$, teremos obtido todas as soluções eficientes para o PRC-BO. A opção de adotar esta restrição adicional e o modo de variar seu lado direito, foi totalmente eficaz neste problema, pois o intervalo $\mathcal{I}$ tem comprimento relativamente pequeno para os dados reais utilizados.

4 Resultados

Os experimentos foram implementados no software Matlab versão 7.4 R2010a, em um computador Core Quad i3 com 4GB de memória e 500 GB de disco rígido de memória, do departamento de Matemática da UTFPR, Apucarana.

Os dados para os experimentos realizados foram obtidos em uma zona de produção agrícola em Botucatu, SP. Em resumo, os dados são de $N = 30$ hortaliças, pertencentes à $N_f = 19$ famílias diferentes, em uma área de aproximadamente 24 hectares, subdividida em $L = 6$ lotes, os quais são em forma de "tabuleiro". O horizonte de planejamento foi fixado em $M = 18$ meses. O conjunto de plantas comerciais e de adubação verde são dados, respectivamente, por $C = \{1, ..., 29\}$ e $A = \{30\}$. O pousio é denotado pela cultura $n = N + 1 = 31$. Para facilitar a compreensão dos mosaicos obtidos na Figuras (2) e (3), quanto menor o índice da planta, maior a sua lucratividade.

Os métodos da Soma Ponderada e do $\varepsilon-$Restrito foram aplicados nesta instância real e foram comparados quanto ao número de soluções determinadas, tempo computacional

DOI: 10.5540/03.2018.006.01.0386

total e tempo médio de resolução por problema escalar. Os dois métodos foram programados para resolver $z_2^+ - z_2^-$ problemas (12) ou (13), tornando-os, deste modo, comparáveis. Os resultados estão disponibilizados na Tabela (1).

Tabela 1: Resultados computacionais da Soma Ponderada e $\varepsilon-$Restrito no PRC-BO

$\#\mathcal{Z}$		Tempo CPU total		Média do Tempo de CPU/problema	
SP	$\varepsilon-$R	SP	$\varepsilon-$R	SP	$\varepsilon-$R
12	30	1830,45	2645,78	64,85	88,16

Notamos que o método do $\varepsilon-$R foi muito mais promissor que o da Soma Ponderada. Embora os problemas (13) sejam mais demorados a resolver que os problemas (12) - consumindo o $\varepsilon-$Restrito mais 44% do tempo - $\varepsilon-$R determinou 2,5 vezes o número de soluções da Soma Ponderada. A Figura (1) mostra as partes das fronteiras de Pareto obtidas. Notamos a forte presença de soluções não-suportadas da fronteira de Pareto deste problema, justificando a ineficiência do método da Soma Ponderada.

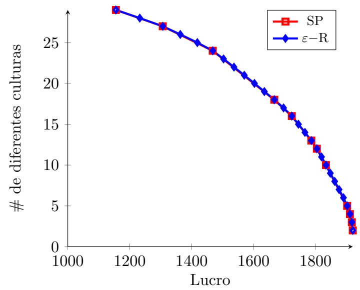

Figura 1: Ilustração dos pontos das fronteiras de Pareto para o PRC-BO encontradas pelos métodos da Soma Ponderada e do ε-Restrito

As Figuras (2) e (3) mostram as duas soluções lexicográficas para este problema.

Lotes\Período	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1	30	1	3	1	3	1	3	1	31	1	3	1	3	1	3	1	3
2	30	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	31	3	1	3	1	3	1
3	4	4	1	21	1	9	9	6	10	10	10	1	11	11	1	30	31	12
4	29	22	27	25	31	16	16	20	20	13	13	17	17	30	14	14	14	14
5	28	26	26	19	19	19	19	23	23	23	31	30	24	24	18	18	18	28
6	15	1	3	1	5	5	1	3	31	2	2	8	1	3	7	7	30	1

Figura 2: Rotação de culturas com máxima variedade (e mínimo lucro)

Na primeira opção, são selecionadas 29 culturas, promovendo um mosaico de ampla variedade, do ponto de vista ecológico mais aceitável que o modelo de produção da Figura (3), onde apenas se objetivou maximizar o lucro tendo resultado apenas duas variedades comerciais a serem plantadas ao longo dos 18 meses.

DOI: 10.5540/03.2018.006.01.0386

Lotes\Período	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1	30	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	31	3
2	3	1	3	1	3	1	3	1	30	31	3	1	3	1	3	1	3	1
3	1	3	1	3	1	30	1	3	1	3	1	3	1	31	1	3	1	3
4	30	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	31	3	1	3	1
5	1	3	1	3	1	3	31	3	1	30	1	3	1	3	1	3	1	3
6	3	1	30	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	31	3	1	3	1

Figura 3: Rotação de culturas com máximo lucro (e mínima variedade)

5 Conclusões

O modelo matemático juntamente com os métodos de soluções aqui apresentados, sem dúvida, podem ser excelentes ferramentas que ajudam os agricultores na tomada de decisão deste importante problema.

Em linhas gerais o modelo é aplicável, do ponto de vista prático por exigir poucos recursos computacionais especialmente porque, porque que o agricultor pode escolher, prever e testar diferentes modos de produção, entre otimizar lucro ou número de variedades plantadas.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPESP, processo 2013/06035-0, pelo apoio financeiro concedido para realizar esta pesquisa. Esta pesquisa é também amparada pela Fundação Portuguesa para a Ciência e a Tecnologia, sob o processo UID/MAT/04561/2013.

Referências

[1] E. Annetts, J. E. e Audsley. Multiple objective linear programming for environmental farm planning. *Journal of the Operational Research Society*, 53(9):933–943, 2002.

[2] A. Nagih e G. Plateau J. L. Lemalade. A MIP of flow model for crop-rotation planning in a context of forest sustainable development. *Annals of Operations Research*, 190:149–164, 2011.

[3] H. O. Florentino e M. V. Pato A. F. Aliano. Metaheuristics for a crop rotation problem. *IJnternational Journal of Metaheuristics*, 3(3):199–222, 2014.

[4] L. M. R. Santos. *Programação de rotação de culturas - modelos e métodos de solução*. Tese de doutorado, Universidade de São Paulo, ICMC - São Carlos, 2009.

[5] Michelon P. Arenales M. N. e Santos R. H. S. Santos, L. M. R. Crop rotation scheduling with adjacency constraints. *Annals of Operations Research*, 190(1):165–180, 2011.

[6] K. Miettinen. *Nonlinear Multiobjective Optimization*, volume 12 of *International Series in Operations Research and Management Science*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1999.

