

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Aplicação do Cálculo Fracionário no Modelo de Corrida Armamentista de Richardson

Anderson A. Ferreira¹

Departamento de Física, UNIFESP, Diadema, SP

Rene O. M. T. L. Freire²

Departamento de Física, UNIFESP, Diadema, SP

T. Pauliquevis³

Departamento de Ciências Ambientais, UNIFESP, Diadema, SP

Mateus J. Lazo⁴

Departamento de Matemática, FURG, Rio Grande, RS

1 Introdução

A história da humanidade é pautada por inúmeros conflitos envolvendo diferentes civilizações [5]. A disputa por espaços, recursos naturais e por divergentes interesses econômicos, políticos e religiosos tem impulsionado o homem a criar armamentos e estratégias de guerra cada vez mais sofisticados [2].

Com o advento das armas de destruição em massa iniciadas no final da segunda guerra mundial, diversas nações vem buscando estabelecer mecanismos diplomáticos para contornar cenários de conflito com potencial de guerra. Todavia, de forma paradoxal, os gastos militares dos países continuam consumindo grandes parcelas de seus orçamentos anuais (ver www.sipri.org).

L. F. Richardson [7] foi o primeiro matemático a propor um modelo determinístico para analisar a possibilidade de ocorrer uma guerra armada entre duas nações “inimigas”. Apesar de sua simplicidade, o modelo sinalizou (a posteriori) que tanto a Primeira como a Segunda Guerras Mundiais poderiam de fato ocorrer. [5].

Esse resultado motivou outros pesquisadores [4] à estudar a corrida armamentista entre Índia e Paquistão no período de 1960 à 2007. Contrariamente a previsão do modelo, essas duas nações não se engajaram numa guerra armada. A primeira tentativa de resolver esse descompasso entre teoria e realidade levou os mesmo autores à propor (ad hoc) um possível efeito de memória na dinâmica do modelo de Richardson.

¹ferreira07@unifesp.br

²rene.medrano@unifesp.br

³theotonio.unifesp@gmail.com

⁴mjlazo@gmail.com

Inspirado nesse efeito de memória, nós apresentamos neste trabalho uma extensão do modelo original de Richardson, através do uso de derivadas fracionárias [6] para incorporar efeitos de memória acima mencionado.

2 Modelo

A evolução temporal dos gastos militares, levando-se em conta efeitos de memória, entre duas nações em períodos de conflito mútuo podem ser descritas pelo seguinte sistema de equações diferenciais fracionárias

$$\begin{aligned}\frac{d^\alpha x}{dt^\alpha} &= b_{12}y - b_{11}x + a_1 \\ \frac{d^\beta y}{dt^\beta} &= b_{21}x - b_{22}y + a_2,\end{aligned}\tag{1}$$

onde $0 < \alpha, \beta \leq 1$ medem a intensidade da memória. Quando mais próximos de zero são os valores de α e β , mais memória o sistema carrega. No ponto $\alpha = \beta = 1$ o modelo original de Richardson é recuperado.

Os parâmetros $a_1, a_2, b_{11}, b_{12}, b_{21}$ e b_{22} são fixados pela autoregressão vetorial [1] entre o conjunto de equações (1) e a série anual dos gastos militares de duas nações em períodos de conflito. Neste momento, estamos estudando numericamente as soluções deste modelo concomitantemente com os dados reais obtidos pelo site www.sipri.org [ponto final](#)

Referências

- [1] L. A. Aguirre. *Introdução à Identificação de Sistemas*, Belo Horizonte: Editora UFMG, 2007.
- [2] R. Greeneand. *33 Estratégias de Guerra-Edição Concisa*. Rocco, Brasil, 2014.
- [3] R. L. Hanblin, M. Hout, J. L. L. Miller and B. L. Pitcher. Arms Races: A Test of two models, *America Sociology Review*, 42, 1977.
- [4] N. Hou. Arms Race, Military Expenditure and Economic Growth in India, Thesis for degree of doctor of philosophy: Departament of Economics, Birmingham University, (2009).
- [5] D. Magnoli. *História das Guerras*. Contexto, Brasil, 2006.
- [6] K. B. Oldham and J. Spanier. *The Fractional Calculus*. Academic Press, San Diego, California, 1974.
- [7] L. F. Richardson. *Arms and Insecurity: A Mathematical Study of the Causes of War*, N. Rashevsky and E. Truco (eds), Pittsburgh: Boxwood Press, 1960.