

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

## Dinâmica de células tumorais e imunes: modelagem e análise de estabilidade

Wesley Felipe Ferreira Mora Gil<sup>1</sup>

Programa de Pós-graduação em Biometria, UNESP, Botucatu, SP

Tiago de Carvalho<sup>2</sup>

Departamento de Matemática, UNESP, Bauru, SP

Diego Samuel Rodrigues<sup>3</sup>

Programa de Pós-graduação em Biometria – PNP/CAPEL, UNESP, Botucatu, SP

Paulo Fernando de Arruda Mancera<sup>4</sup>

Departamento de Bioestatística, UNESP, Botucatu, SP

### 1 Introdução

A palavra câncer é usada para quase 200 doenças, e podemos definir câncer como: *crescimento desordenado (maligno) de células que invadem os tecidos e órgãos, podendo espalhar-se (metástase) para outras regiões do corpo*. Câncer é uma doença muito séria e que afetará uma parcela considerável da população, tendo a perspectiva que num futuro não muito distante, será a primeira causa de morte prematura no ocidente, deixando para trás as doenças cardiovasculares. De acordo com o Instituto Nacional do Câncer, as estimativas para 2016, indicam que ocorreram aproximadamente 600 mil novos casos da doença no Brasil [1].

### 2 Modelo e Resultados

Sejam  $N_1(t)$  o número de células cancerosas,  $N_2(t)$  de células normais,  $I(t)$  de células imunes e  $Q(t)$  a concentração de um determinado agente quimioterápico no instante  $t$ .

---

<sup>1</sup>wesley.gil@ibb.unesp.br

<sup>2</sup>tcarvalho@fc.unesp.br

<sup>3</sup>diegosarodrigues@gmail.com

<sup>4</sup>pmancera@ibb.unesp.br

Seguindo ideias de [2] e [4], propomos o modelo

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dN_1}{dt} = r_1 N_1 \left( 1 - \frac{N_1}{k_1} - \frac{\alpha_{12} N_2}{k_1} \right) - c_1 I N_1 - \frac{\mu N_1 Q}{a + Q} \\ \frac{dN_2}{dt} = r_2 - \alpha_{21} N_2 N_1 - \frac{\nu N_2 Q}{b + Q} \\ \frac{dI}{dt} = s - d_1 I + \frac{\rho N_1 I}{\gamma + N_1} - c_2 N_1 I - \frac{\delta I Q}{c + Q} \\ \frac{dQ}{dt} = q(t) - \lambda Q \end{array} \right. , \quad (1)$$

em que  $r_2$  representa a reprodução total de células normais [3],  $k_1 > 0$  é a capacidade de suporte de  $N_1$  e  $r_1 > 0$  a taxa de crescimento intrínseca das células tumorais,  $\alpha_{ij}$  é o coeficiente de competição medindo, os efeitos causados por  $N_j$  na população  $N_i$ . A constante  $\mu$  representa a taxa de tratamento das células cancerosas,  $\nu$  a taxa de mortalidade das células normais devido o quimioterápico,  $\delta$  a taxa de mortalidade das células imunes devido o tratamento,  $a, b, c$  determinam a velocidade da resposta à droga,  $q$  a quantidade de quimioterápico e  $\lambda > 0$  a taxa de eliminação do agente quimioterápico pelo organismo. A taxa de entrada de células imunes é constante, dada por  $s$ , e na ausência de qualquer tumor, essas células morrem numa taxa  $d_1$ ,  $\rho$  é a taxa de produção de células imunes na presença de células cancerosas e  $c_1$  e  $c_2$  são as taxas de competição entre células cancerosas e células imunes.

Igualando as derivadas a zero em (1) encontramos 5 pontos de equilíbrio. Então, por análise de estabilidade linear, e dependendo das escolhas dos parâmetros, obtemos cenários de eliminação da população de células cancerosas em decorrência da ação do tratamento quimioterápico e/ou da ação do sistema imune.

## Agradecimentos

CAPES.

## Referências

- [1] <http://www.inca.gov.br/estimativa/2016/> Acessado em 14/08/2016.
- [2] L. de Pillis and A. Radunskaya, The dynamics of an optimally controlled tumor model: a case study. *Math Comput Model*, 37, 1221–1244, 2003.
- [3] A. C. Fassoni, *Modelos matemáticos de câncer abordando fase inicial e tratamento de tumor avascular*. Tese de Doutorado, UNICAMP, 136p, 2016.
- [4] D. S. Rodrigues, P. F. A. Mancera and S. T. R. Pinho, Understanding the antiangiogenic effect of metronomic chemotherapy through a simple mathematical model. *Physica A*, 464, 251–266, 2016.