

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

O método das interfaces imersas para a solução da equação de Poisson 2D

Miguel Angel Rojas Meza¹

Leandro Franco de Souza²

José Alberto Cuminato³

Departamento de Matemática Aplicada e Estatística, ICMC, USP, São Carlos, SP

1 Introdução e Metodologia

No presente trabalho são apresentados resultados da resolução da equação de Poisson bi-dimensional onde há presença de descontinuidade no domínio. A discretização é realizada através do método de diferenças finitas onde os coeficientes podem ser obtidos através da expansão da série de Taylor [1]. A malha adotada é igualmente espaçada. Quando há presença de descontinuidade, esta é tratada através do método de interface imersa, introduzindo um termo de correção, como proposto por [2].

2 Resultados

Considerando a equação de Poisson 2D

$$\nabla \cdot (\beta \nabla u) = g \quad (1)$$

definida em um quadrado com centro na origem, considerando um raio $r = 0.5$ e o valor de $\beta = 1$, onde o termo fonte g é dado por

$$g(x, y) = \begin{cases} 4.86567(7x^2 + 7y^2 + 1)e^{7(x^2+y^2-r^2)}, & \text{se } x^2 + y^2 \leq r^2 \\ 0, & \text{caso contrario,} \end{cases}$$

Este caso foi resolvido através de duas aproximações, uma de segunda ordem e uma de quarta ordem de precisão.

3 Conclusões

Podemos observar através da Figura 1 como o Método da Interface Imersa captura com muita precisão o salto de descontinuidade e na Tabela 1 verificamos as ordens de convergência das respectivas metodologias.

¹migrojas@usp.br

²lefraso@icmc.usp.br

³jacumina@icmc.usp.br

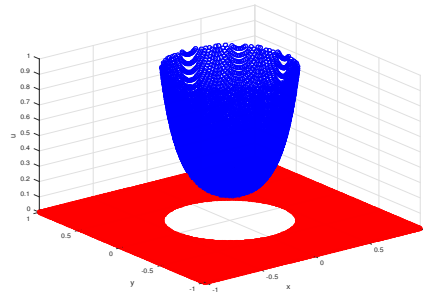


Figura 1: $u = e^{7(x^2+y^2-r^2)}$ solução do Problema de Poisson, com $r = 0.5$.

Tabela 1: Erro cometido no cálculo da solução aproximada no problema de Poisson

$h1$	$\ U - u\ _\infty M1$	$r1$	$h2$	$\ U - u\ _\infty M2$	$r2$
1/61	1.1434e-03		1/41	2.2627e-05	
1/91	5.2968e-04	1.9238e+00	1/51	9.9970e-06	3.7427e+00
1/121	3.0305e-04	1.9597e+00	1/61	4.7867e-06	4.1132e+00
1/151	1.9576e-04	1.9729e+00	1/71	1.4837e-06	4.1304e+00
1/181	1.3669e-04	1.9819e+00	1/81	2.5365e-06	4.0693e+00
1/211	1.0079e-04	1.9868e+00	1/91	8.8313e-07	4.2512e+00
1/241	7.7370e-05	1.9891e+00	1/101	5.5652e-07	4.4291e+00

Agradecimentos

Ao CNPq (Processo:130111/1025-5), pelo suporte financeiro.

Referências

- [1] B. Fornberg. Generation of finite difference formulas on arbitrarily spaced grids, *Mathematics of computation.*, 51-184:699–706, 1988.
- [2] M. Linnick and H. Fasel. A high-order immersed interface method for simulating unsteady incompressible flows on irregular domains, *Journal of Computational Physics.*, 204:157–192, 2005.